FURG

Jornal O Matemático

IMEF INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

Jornal O Matemático, Rio Grande, RS, ***Edição Extra – Tipos de Números,*** *junho de 2016.*

Tipos de Números

EDITORIAL

Caro Leitor!

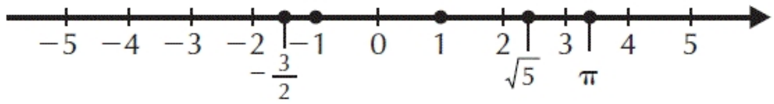
Esta ***Edição Extra- Tipos de Números*** é um compêndio sobre os números em sua apresentação formal e de definições feitas em problemas do Banco de Questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, além de histórias curiosas acerca dos números feitas por vários autores.
Vale a pena tomar um pouco do seu tempo e *viajar* no fascinante mundo dos números.

Alessandro da Silva Saadi
MATEMÁTICO – FURG

Números reais

Um *número real* é qualquer número que pode ser escrito na forma decimal. São representados por símbolos como:

$$-8\,;0;1{,}75\,;2{,}333\ldots;8/5\,;\sqrt{3}\,;\pi\,.$$



Números naturais

Os *números naturais* surgiram originalmente, para contagem. Hoje, além da contagem, é utilizado para compor códigos, como senhas e números de telefone, ou ainda, para indicar ordem (1º, 2º, 3º,...).
O conjunto dos números naturais tem infinitos elementos e é indicado por:

$$\mathbb{N}=\{0{,}1{,}2{,}3{,}\ldots\}$$

Números inteiros

O conjunto dos *números inteiros* é representado por:

$$\mathbb{Z}=\{\ldots,-3,-2,-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ldots\}$$

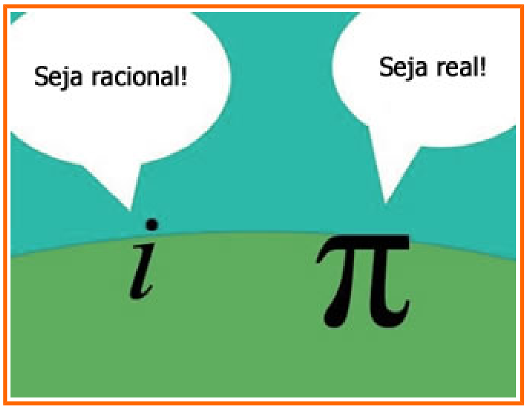
Fonte: Matemática, contexto e aplicações, DANTE, Luiz Roberto

Números racionais

Um *número racional* é qualquer número que pode ser escrito como uma razão a/b de dois números inteiros, onde $b\neq 0$.
Podemos usar a notação de conjunto com propriedade para descrever os números racionais:

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}/\ a,b\ \in\ \mathbb{Z}\ e\ b\neq 0\right\}$$

São exemplos de números racionais: $\frac{8}{25};\ -5=\frac{-5}{1};\ 0{,}666\ldots=\frac{2}{3};\ 0=\frac{0}{5}$



Números irracionais

Um número real é *irracional* se não for racional. A forma decimal de um número irracional não possui bloco de dígitos que se repete infinitamente, por exemplo: $\pi=3{,}14159265\ldots$ e $\sqrt{3}=1{,}7320508\ldots$

Fonte: Pré-cálculo, Demana, Waits, Foley e Kennedy

Apoio: GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA; Educação Ministério da Educação; PROEXC FURG Pró-Reitoria de Extensão e Cultura

Números primos

Um número natural maior do que 1 e que só é divisível por 1 e por si próprio é chamado de *número primo*. Os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23 são exemplos de números primos, enquanto que 4, 6, 8, 9, 10, 12 são *números compostos*. Veja o Crivo de Eratóstenes em https://pt.wikipedia.org/wiki/Crivo_de_Erat%C3%B3stenes

Fonte: Elementos de Aritmética, A. Hefez

Desafio 1: Prove que os números 3999991 e 1000343 não são primos.

Fonte: Banco de questões OBMEP 2011

Números complexos

Sendo a e b números reais e i a unidade imaginária, chamados de *números complexos* a todo número z na forma:

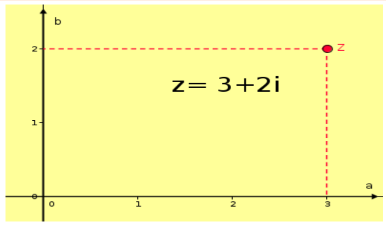
$$z=a+bi \quad \textbf{onde} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \ \text{é parte real} \\ b \ \text{é parte imaginaria} \end{array} \right.$$

se $a\neq 0$ **e** $b\neq 0$ então z é imaginário

se $a=0$ **e** $b\neq 0$ então z é imaginário puro

se $a\neq 0$ **e** $b=0$ então z é um número real

Fonte: Coleção Horizontes Matemática.



Representação do número imaginário no plano de Argand-Gauss

Desafio 2: Sendo i a unidade imaginária dos números complexos, calcule o número natural n que satisfaz à equação:

$$(2.i)^n+(1+i)^{2n}=-16.i$$

Fonte: Site Fórum PiR2 – Física e matemática – "Desafio de números complexos".

Números simples

Um número inteiro positivo é denominado *simples* se ele tem apenas os algorismos 1 ou 2 (ou ambos). Por exemplo 1, 2, 11, 12, 21, 22 , … 111, 12211 são números simples.

Desafio 3: Quantos números simples de seis algarismos existem?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2007

Superquadrados

Um número natural N maior que 10 é chamado "*superquadrado*" se o número formado por cada dois algarismos consecutivos do número N (considerados na mesma ordem) é sempre um quadrado perfeito. Por exemplo, 8164 é "superquadrado" porque os números 81, 16 e 64 são quadrados perfeitos. Outros exemplos de superquadrados são 25 e 649.

Desafio 4: Quantos números super quadrados existem?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2013

Números equilibrados

Um número é dito *equilibrado* se um dos seus algarismos é a média aritmética dos outros. Por exemplo, 132, 246 e 777 são equilibrados.

Desafio 5: Quantos números equilibrados de 3 algarismos existem?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2008

Números ziguezague

Um número inteiro positivo é chamado *ziguezague*, se satisfaz as seguintes três condições:

- Seus algarismos são não nulos e distintos.
- Não possui três algarismos consecutivos em ordem crescente.
- Não possui três algarismos consecutivos em ordem decrescente.

Por exemplo, 14385 e 2917 são ziguezague, mas 2564 e 71544 não.

Desafio 6: Encontre o maior número ziguezague que existe?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2013

Número interessante

O número 119 é muito *interessante* porque dividido por 2 deixa resto 1, dividido por 3 deixa resto 2, dividido por 4 deixa resto 3, dividido por 5 deixa resto 4 e finalmente dividido por 6 deixa resto 5.

Desafio 7: Existem outros números de três algarimos com esta mesma propriedade?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2008

Números especiais

Um número é chamado de *especial* se ele não contém o algarismo zero e, além disso, a soma de seus algarismos é igual ao dobro do primeiro algarismo. Por exemplo, o número 8161 é especial, pois:

- Nenhum de seus algarismos é o zero.
- A soma de todos os seus algarismos é 8 + 1 + 6 + 1 = 16 .
- O dobro de seu primeiro algarismo é 8 x 2 = 1 6 .

Desafio 8: Qual o maior número especial?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2013

Números bacanas

Um número natural é *bacana* quando cada um de seus algarismos é maior que qualquer um dos outros algarismos que estão à sua esquerda. Por exemplo, 3479 é bacana, enquanto que 2231 não é.

Desafio 9: Quantos números bacanas existem entre 3000 e 8000?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2015

Múltiplos irados

O *múltiplo irado* de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

Desafio 10: Quais é, respectivamente, o múltiplo irado de 9, 20 e 45?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2012

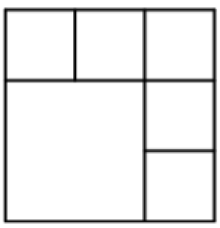
Números trilegais

Um conjunto de números é chamado *trilegal* se pode ser dividido em subconjuntos com três elementos de tal modo que um dos elementos seja a soma dos outros dois. Por exemplo, o conjunto {1,2,3,...,11,12} é trilegal, pois pode ser dividido em {1,5,6}, {2,9,11}, {3,7,10} e {4,8,12}.

Desafio 11: Mostre que {1;2; … ;14;15} é trilegal e que {1,2,..., 2010} não é trilegal.

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2011

Números quadradois



Se um quadrado pode ser dividido em n quadrados de no máximo dois tamanhos diferentes, então, dizemos que n é um *número quadradois*. Por exemplo sabemos que o número 6 é um número quadradois pela imagem ao lado, o quadrado foi preenchido com seis quadrados menores de apenas dois tamanhos.

Desafio 12: Mostre que 8 é quadradois.

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2016

Números três estrelas

Dizemos que um número inteiro positivo de três dígitos é *três estrelas* se ele for o resultado do produto de três números primos distintos. Por exemplo, $286 = 2 \times 11 \times 13$ é um número três estrelas, mas $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $275 = 5 \times 5 \times 13$ não são números três estrelas, pois o primeiro só possui dois dígitos e o segundo não é o produto de três primos distintos.

Desafio 13: Qual o menor número três estrelas?

Fonte: Banco de Questões OBMEP 2016

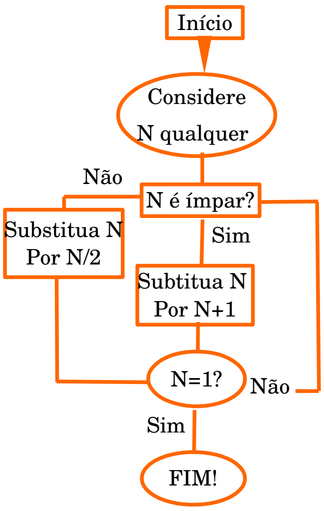
1089 e o resto!

Considere um número qualquer de três algarismos que não seja simétrico, por exemplo 762, forme um novo número de três algarismos invertendo a ordem destes, e subtraia o menor desses números do maior. Seguidamente some a este resultado o número obtido invertendo a ordem dos seus algarismos.
O resultado é sempre *1089. Use a calculadora!*

Desafio 14: Investigue o que acontece quando fazemos o mesmo com números de quatro algarismos.

Fonte: Uma Paródia Matemática, Brian Bolt

Cadeia de números



MR Khan, o professor da Karen e do Alan, pediu-lhes que investigassem *cadeias de números* formadas a partir de qualquer número inteiro, adicionando 1 se for ímpar, ou dividindo por 2 se for par, e continuando sempre até terminar em 1 como mostra o diagrama de fluxos.
Como exemplo mostrou-lhes a seguinte sequência $13 \to 14 \to 7 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$ que, começando no 13, chegava a 1 após seis passos.
Passado algum tempo, Mr Khan desafiou-os a descobrir o número inferior a 2000 que produziria a cadeia mais longa.
Alan sentou-se logo ao computador, programando-o de forma a testar cada número, começando em 2000, no sentido decrescente. Mas Karen, que sempre tinha sido uma aluna que gostava de refletir sobre os problemas. Decidiu que a questão não era nada de outro mundo e rapidamente chegou à solução correta.
Desafio 15: Encontre um número, inferior a 2000 que produz a maior cadeia de números.

Fonte: Uma Paródia Matemática, Brian Bolt

Números deslisantes

Um *número deslisante* é um número que pode ser decomposto em uma soma dos dois inteiros a e b, não necessariamente iguais, de tal modo que a soma dos inversos de a e b se escreve (na base 10), com os dígitos do número de partida, escrito na mesma ordem, e precedido por 0 e uma vírgula.
O número 20 é um número deslisante, pois 10+10=20 e $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=0{,}20$ que se escreve como o número 20, simplesmente precedido de um zero e uma vírgula.
Desafio 16: Quantos números deslisantes, de dois algarismos, existem?

Fonte: 52 Nouvelles Énigmes Mathématiques pour Lycéens &+. Ed. Pole – Paris, 2000

Números perfeitos

São aqueles números no qual a soma de seus divisores tem o mesmo número como resultado, por exemplo, os números 6 e 28 são *números perfeitos*, pois 6=1+2+3 *e* $28=1+2+4+7+14$.

Cerca de um século depois da *Escola Pitagórica*, Euclides iria desenvolver um método para cálculo da soma desta série, também havia um segundo grupo de números que também foram chamados de perfeitos, eram os números triangulares.

Fonte: A Matemática na Arte e na Vida, Paulo Roberto Martins Contador

Números de Mersenne

Se 2^n-1 é primo, ele é chamado de *número primo de Mersenne*. É fácil de provar que, se 2^n-1 é primo, o próprio *n* é primo, mas 2^n-1 não é necessariamente primo para todo número primo *n*. Por exemplo, para $n=11$, $2^n-1=89\times 23$

Fonte: História da Matemática para Uso em Sala de Aula, Bernard H. Gundlach

Números Pitagóricos

É qualquer conjunto de número *a, b, c,* que satisfaz a equação $a^2=b^2+c^2$. Por exemplo, os números 3, 4, e 5 são *pitagóricos*, pois $5^2=4^2+3^2$

Fonte: A matemática na arte e na vida, Paulo Roberto Martins Contador

Números abundantes

São aqueles números na qual a soma de seus divisores é maior que o próprio número, por exemplo, o 12 é um *número abundante*, pois $12<1+2+3+4+6$.

Fonte: História da Matemática para Uso em Sala de Aula, Bernard H. Gundlach (editado)

Números de Fibonacci

Trata-se de um problema proposto e resolvido por Leonardo de Pisa, conhecido por *Fibonacci,* em seu livro Liber Abacci, de 1202:

Quot paria coniculorum in uno anno ex uno pario germinentur.

Como não se ensina mais latim nas escolas, aí vai uma explicação: um casal de coelhos recém-nascidos foi posto num lugar cercado. Determinar quantos casais de coelhos ter-se-ão após um ano, supondo que, a cada mês, um casal de coelhos produz outro casal e que um casal começa a procriar dois meses após o seu nascimento.

Leonardo apresenta a seguinte solução:

Mês	Nº de casais-mês anterior	Nº de casais-recém-nascidos	Total
1º	0	1	1
2º	1	0	1
3º	1	1	2
4º	2	1	3
5º	3	2	5
6º	5	3	8
7º	8	5	13
8º	13	8	21
9º	21	13	34
10º	34	21	55
11º	55	34	89
12º	89	55	144

Portanto, o número de casais de coelhos num determinado mês é igual ao número total de casais do mês anterior acrescido do número de casais nascido no mês em curso, que é igual ao número total de casais do mês anterior ao anterior.

A sequência de números (1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144) é chamada de *sequência de Fibonacci* e seus elementos, chamados de *números de Fibonacci.*

***Fonte**: Elementos de Aritmética, A. Hefez*

Números amigáveis

São pares de números em que cada um é a soma dos divisores próprios do outro. Uma definição equivalente é que dois números são *amigáveis* quando sua soma é a soma de todos os divisores de ambos esses números.

O menor par de números amigáveis é $220=2^2.5.11$ e $284=2^2.71$. Os divisores próprios de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110, cuja soma é 284; os divisores próprios de 284 são 1, 2, 4, 71 e 142, cuja soma é 220.

Fonte: Matemática Divertida e Curiosa, Malba Taham

Números deficientes

São aqueles números cuja soma dos seus divisores próprios é menor do que esse número, por exemplo, o 8 é um número deficiente pois $8>1+2+4=7$.

Fonte: História da Matemática para Uso em Sala de Aula, Bernard H. Gundlach (editado)

Números algébricos e transcendentes

Um *número algébrico* é um número, real ou complexo, que satisfaz uma equação polinomial da forma $a_{(n)}x^{(n)}+a_{(n-1)}x^{(n-1)}+...+a_{(1)}x^{(1)}+a_{(0)}x^{(0)}=0$ onde os $a_{(k)}$ são números inteiros.

Um número que não é algébrico é chamado de *transcendente*, ou seja, números como π e o número de Euler ***e*** são transcendentes.

Fonte: História da Matemática para Uso em Sala de Aula, Bernard H. Gundlach

Solução dos Desafios

Desafio 1: Observe que $3999991=4000000-9=4\times10^6-3^2=(2\times10^3)^2-3^2=(2\times10^3-3)(2\times10^3+3)=1997\times2003$ e, portanto não é um número primo.
Agora, observe que $1000343=10^6+7^3=(10^2)^3+7^3=(10^2+7)((10^2)^2-10^2\times7+7^2)=107\times9349$ e também não é primo.

Desafio 2: $(2i)^n+[(1+i)^2]^n=-16i \to (2i)^n+(1+2i+i^2)^n=-16i \to (2i)^n+(1+2i-1)^n=-16i$

$(2i)^n+(2i)^n=-16i \to 1\cdot(2i)^n+1\cdot(2i)^n=-16i \to 2\cdot(2i)^n=-16i \to (2i)^n=-8i$

$(2i)^n=(2i)^3 \to n=3,$ *pois* $(2i)^3=8i^3=8(-i)=-8i$

Note que: $i^0=1$, $i^1=i$, $i^2=-1$, $i^3=-1$

Desafio 3: Para cada posição deste número temos duas possibilidades: 1 ou 2. Como são 6 posições temos $2^6=64$ números simples

Desafio 4: Será útil adiante que observemos a lista de todos os quadrados perfeitos de dois dígitos:

16, 25, 36, 49, 64, 81 (.1)

- O número formado pelos primeiros dois algarismos de um superquadrado deve ser algum número da lista (.1). Assim, começemos contando os superquadrados a partir do número 16. O número 16 é um superquadrado. Se queremos acrescentar um algarismo à direita de 16 para formar um novo superquadrado, é necessário que tal algarismo seja um 4 , porque 64 é o único número da lista (.1) começando com 6. Assim, vemos que o único superquadrado de 3 algarismos começando com 16 é 164. Sendo agora 49 o único número da lista (.1) começando com 4, então o dígito 9 é o único que pode ser acrescentado à direita de 164 para formar um novo superquadrado. Agora, nenhum número da lista (.1) começa com 9 , portanto, não é possível criar um novo superquadrado adicionando um dígito à direita de 1649. Obtemos assim que a lista de superquadrados que começam com 16 é ***16, 164, 1649***;
- Como não existem números na lista (.1) começando com o dígito 5, temos que o único superquadrado que começa com 25 é ***25***;
- Seguindo o mesmo raciocínio utilizado acima para encontrar os superquadrados que começam com 16, vemos que os superquadrados começando com 36 são ***36, 364, 3649***;
- Similar ao caso do 25, o único superquadrado que tem 49 como seus primeiros dois algarismos é o próprio ***49***;
- Os superquadrados começando com 64 são ***64, 649***;
- E finalmente, os superquadrados começando com 81 são ***81, 816, 8164, 81649***.

Contando os superquadrados obtidos acima em cada um dos casos, concluímos que existem 14 superquadrados.

Desafio 5: Note que se o número equilibrado tem os três algarismos distintos, diferentes de zero, então com os mesmos algarismos obtemos 6 números equilibrados. Para isso basta trocar os algarismos de posição.
Por exemplo: 123, 132, 213, 231, 312 e 321.
Se um dos 3 algarismos do número equilibrado é 0, então com esses algarismos obtemos apenas 4 números equilibrados, pois o 0 não pode estar na casa da centena. Por exemplo: 102, 120, 201 e 210.
Assim, vamos variar apenas os algarismos da centena e da dezena. O algarismo da unidade será a média dos 2 algarismos. Observe que os 2 algarismos são ambos pares ou ímpares. Os possíveis números equilibrados iniciando com:

						total de números equilibrados
$1:\rightsquigarrow$	111 ;	132 ;	153 ;	174 ;	195 $\rightsquigarrow$	$1+(4\times6)=25$
$2:\rightsquigarrow$	201 ;	222 ;	243 ;	264 ;	285 $\rightsquigarrow$	$(4+1+3\times6)=23$
$3:\rightsquigarrow$		333 ;	354 ;	375 ;	396 $\rightsquigarrow$	$(1+3\times6)=19$
$4:\rightsquigarrow$		402 ;	444 ;	465 ;	486 $\rightsquigarrow$	$(4+1+2\times6)=17$
$5:\rightsquigarrow$			555 ;	576 ;	597 $\rightsquigarrow$	$(1+2\times6)=13$
$6:\rightsquigarrow$			603 ;	666 ;	687 $\rightsquigarrow$	$(4+1+6)=11$
$7:\rightsquigarrow$				777 ;	798 $\rightsquigarrow$	$(1+6)=7$
$8:\rightsquigarrow$				804 ;	888 $\rightsquigarrow$	$(4+1)=5$
$9:\rightsquigarrow$					999 $\rightsquigarrow$	1

Somando, temos 121 números equilibrados de 3 dígitos.

Desafio 6: O número 978563412 é, claramente, um número ziguezague. Vamos mostrar que, se N é um número ziguezague, então:

$$N \leq 978563412 \qquad (.2)$$

A maior quantidade de algarismos que um número ziguezague pode possuir é igual a 9 . Portanto, podemos supor que N é da forma $N=\overline{abcdefghi}$ já que, de outro modo, a desigualdade já (.2) estaria verificada. Aliás, a=9 porque, de outro modo, também já teríamos (.2) satisfeita. Se b fosse igual a 8 , o próximo algarismo c seria necessariamente menor que 8 e N não seria ziguezague. Portanto, temos que b < 8. Se b não fosse igual a 7, já teríamos a desigualdade (.2) verificada. Podemos então supor que b = 7. Logo, c só pode valer 8. Podemos então supor que N é da forma $N=\overline{978defghi}$.

O número d não pode ser 6, porque isso implicaria que e < 6 e, assim, N não seria um número ziguezague. Portanto, d < 6 e podemos supor que d = 5, caso contrário (.2) estaria verificada. Necessariamente e = 6. Podemos continuar o argumento e chegar a conclusão que se N não fosse igual a 978563412 então seria, necessariamente, menor.

Desafio 7: Suponhamos que *P* seja um dos números procurados. Como *P* e *119* deixam os mesmos restos quando divididos por 2, 3, 4, 5 e 6 temos que a diferença entre eles *P–119* deixa resto zero quando dividido por esses números. Portanto *P–119* é múltiplo de 2, 3, 4, 5 e 6. Como 60 é o maior múltiplo comum desses números, *P–119* também é múltiplo de 60. Logo, *P–119 = 60k*, $k \in \mathbb{N}$, ou seja, *P = 119 + 60k*. Atribuindo valores para *k* temos:

$119+0\,;119+60=179\,;119+2\times60=239\,;119+3\times60=299\,;\ldots;119+14\times60=959.$

Logo, existem mais 14 números com essa propriedade.

Desafio 8: O maior número especial é o 9111111111. Nenhum outro número maior do que ele pode ser especial, vejamos o porquê disso. Se tivermos outro número especial também com 10 algarimos (o 9111111111 tem 10 algarismos) maior do que o 9111111111, este número teria algum algarismo diferente. O primeiro algarismo 9 não pode ser, porque 9 é o maior algarismo. Se algum outro é diferente, a soma de seus algarismos seria maior do que 18. Logo, não há um número de 10 algarismos maior do que o 9111111111.

Se um número tem mais de 10 algarismos, todos diferentes de zero, então a soma de seus algarismos é maior do que 10. Logo, a soma de seus algarismos não pode ser o dobro de nenhum algarismo. Daí concluímos que 9111111111 é o maior número especial.

Desafio 9: Um número nesse intervalo deve possuir como primeiro dígito um dos seguintes números: 3, 4, 5 e 6. Não pode existir um número bacana começado em 7 porque não existem três algarismos distintos maiores que 7. Podemos assim dividir nossa busca pelos números bacanas:

- Números começados em 3: 3456, 3457, 3458, 3459, 3467, 3468, 3469, 3478, 3479, 3489, 3567, 3568, 3569, 3578, 3579, 3589, 3678, 3679, 3689 e 3789;
- Números começados em 4: 4567, 4568, 4569, 4578, 4579, 4589, 4678, 4679, 4689 e 4789;
- Números começados em 5: 5678, 5679, 5689 e 5789;
- Números começados em 6: 6789.

Portanto, existem 20+10+4+1=35 números bacanas.

Desafio 10: Se os algarismos de um número divisível por 9 são apenas 0 e 1, nesse número devem aparecer pelo menos nove algarismos 1. Para que esse múltiplo seja o menor possível, ele deve ter o menor número de algarismos possível; logo o múltiplo irado de 9 é 111111111.

Os primeiros múltiplos de 20 são 20; 40; 60; 80 e 100. Logo o múltiplo irado de 20 é 100.

Um múltiplo de 45 é múltiplo de 5 e 9; logo seu algarismo das unidades é 0 ou 5 e a soma de seus algarismos é divisível por 9. Como múltiplos irados são formados apenas pelos algarismos 0 e 1, segue que o múltiplo irado de 45 deve ter 0 como algarismo das unidades; logo esse múltiplo é 1111111110.

Desafio 11: Para a primeira parte basta encontrar uma distribuição em subconjuntos com três elementos, por exemplo:{1,6,7}; {2,12,14}; {3,8,11}; {4,9,13}; {5,10,15}.

Já para a segunda parte, faremos: Observemos que se um conjunto de três elementos cumpre a condição de ser trilegal, então ele tem de ser da forma {par, par, par} ou {ímpar, ímpar, par}.

Suponhamos que podemos dividir o conjunto em subconjuntos trilegais que tem A cojuntos do primeiro tipo e B conjuntos de segundo tipo. Como a quantidade de números ímpares menores que 2010 é 1005, devemos ter 2B=1005, o que é contraditório.

COMITÊ EDITORIAL

Coordenador:
Alessandro da Silva Saadi

Revisão:
Alessandro da Silva Saadi
Glenda Rodrigues Leivas
Patrícia Lima da Siva

Bolsistas:
Glenda Rodrigues Leivas
Lucas Marchand de Sousa

Telefone:
(53) 3233 6907

Email: prima@furg.br

Universidade Federal do Rio Grande FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física

IMEF

Tiragem: 1000 exemplares – Distribuição gratuita

Periodicidade: extra

Impressão: Editora e Gráfica da FURG.

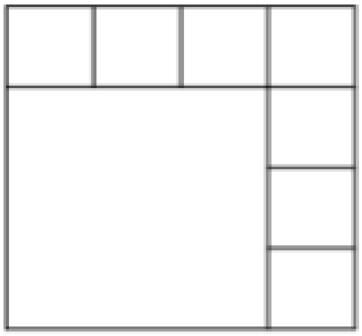
Estamos na Internet!

Visite-nos em:

www.imef.furg.br

facebook.com/jornalomatematico

Desafio 12: Basta exibir um exemplo com 8 quadrados menores possuindo no máximo dois tamanhos diferentes entre eles, como na figura a seguir:



Desafio 13: Os dois primeiros números de três dígitos são $100=2\times2\times5\times5$ e $101=101$ (que é primo). Ao testar 102, temos $102=2\times3\times17$ que é o menor número três estrelas.

Desafio 14: Com números de quatro algarismos, *abcd*, a soma final é normalmente 10890 ou 9999, consoante a diferença $(a-b)$ e $(b-c)$, como mostra a análise que se expõe a seguir.

Consideremos que $a>d$ ($a=d$ é um caso especial). Então $(abcd-dcba)$ é equivalente a:

$(1000a+100b+10c+d)-(1000d+100c+10b+a)=999(a-d)+90(b-c)$

Façamos $(a-d)=n$ e $(b-c)=m$, em que $1\leqslant n\leqslant 9$ e $1\leqslant m\leqslant 9$.

Então, $abcd-dcba=999n+90m$

$abcd-dcba=1000n+100(m-1)+10(9-m)+(10-n)$

$abcd-dcba=n(m-1)(9-m)(10-n)$

Adicionando isto aos números obtidos por inversão dos seus algarismos:

$(10-n)(9-m)(m-1)n$ obtemos o total de 10890.

Se $c>b$, façamos $(b-c)=-m$, em que $1\leqslant m\leqslant 9$.

Então, $abcd-dcba=999n-90m$

$abcd-dcba=1000(n-1)+100(10-m)+10(m-1)+(10-n)$

$abcd-dcba=(n-1)(10-m)(m-1)(10-n)$

Invertendo os algarismos e fazendo a adição, obtemos 9999. Quando $b=c$, a soma resultante é 10989.

Desafio 15: O número 1025 dá a cadeia mais longa, com 21 passos.

Uma cadeia formada sobretudo por número pares, como, $96\to48\to24\to12\to6\to3\to4\to2\to1$ reduz-se em tamanho muito rapidamente, dado que o número é frequentemente dividido por dois, para tornar mais lenta a velocidade de decrescimento precisamos de introduzir na cadeia o maior número de números ímpares possível. O melhor que se pode conseguir é ter números ímpares alternados com pares. A maneira mais fácil de descobrir a cadeia é começar no 1 e andar para trás. Um número ímpar tem de provir do seu dobro e fazemos que o número par resultante provenha do ímpar anterior a ele. Isto reduz a seguinte cadeia:

1, 2, 4, 3, 6, 5, 10, 9, 18, 17, 34, 33, 66, 65, 130, 129, 258, 257, 514, 513, 1026, 1025.

Desafio 16: Seja $n+p$ a decomposição de um número deslizante D na soma de dois números inteiros cuja a soma dos inversos é igual a um centésimo do número de partida, assim, obtem-se a equação: $\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=\frac{n+p}{100}$.

Após a simplificação esta equação conduz a igualdade $np=100$.

O estudo das possíveis duplas (n, p) conduz a constatar que existem 4 números deslizantes de 2 dígitos. São eles: 20, 25, 29 e 52.

Por exemplo, $25=20+5 \Rightarrow \frac{1}{20}+\frac{1}{5}=\frac{5+20}{100}=\frac{25}{100}=0{,}25$. *(Verifique os outros!)*