

Bernardo Truccolo Schettini

# **Processo de Escolha da Melhor Localização de um Quartel de Bombeiros na Cidade de Rio Grande: uma aplicação do método AHP e da linguagem Python**

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Dezembro, 2025

Bernardo Truccolo Schettini

**Processo de Escolha da Melhor Localização de um  
Quartel de Bombeiros na Cidade de Rio Grande: uma  
aplicação do método AHP e da linguagem Python**

Trabalho de Conclusão de Curso, Matemática Aplicada Bacharelado, submetido por Bernardo Truccolo Schettini, junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Universidade Federal do Rio Grande - FURG  
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF  
Curso de Matemática Aplicada Bacharelado

Orientador: Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez  
Coorientador: Dra. Cristiana Andrade Poffal

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil  
Dezembro, 2025



Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física

Curso de Bacharelado em Matemática Aplicada

Av. Itália km 8 Bairro Carreiros

Rio Grande-RS CEP: 96.203-900 Fone (53)3293.5411

e-mail: imef@furg.br Sítio: www.imef.furg.br



### Ata de Defesa de Monografia

No décimo sexto dia do mês de dezembro de 2025, às 13h30min, foi realizada a apresentação pública da defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico **Bernardo Truccolo Schettini**, sob orientação da Profa. Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez e coorientação da Profa. Dra. Cristiana Andrade Poffal, ambas deste instituto, e intitulada “Processo de Escolha da Melhor Localização de um Quartel de Bombeiros na Cidade de Rio Grande: uma aplicação do método AHP e da linguagem Python”. Para participar da banca avaliadora junto aos orientadores foram convidados a Profa. Dra. Catia Maria dos Santos Machado – IMEF/FURG e o 1.º Tenente do Quadro de Tenentes do Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul e mestrando do Programa de Pós Graduação em Ambientometria Edison Fernando da Silva Nunes - CBMRS/PPGAmbientometria/FURG. Concluídos os trabalhos de apresentação e arguição, o candidato foi: (X) aprovado por unanimidade; ( ) aprovado somente após satisfazer as exigências que constam na folha de modificações, no prazo fixado pela banca; ( ) reprovado. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada

Documento assinado digitalmente



BARBARA DENICOL DO AMARAL RODRIGUEZ

Data: 18/12/2025 08:00:37-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez

Orientadora

Documento assinado digitalmente



CRISTIANA ANDRADE POFFAL

Data: 22/12/2025 15:44:04-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Cristiana Andrade Poffal

Coorientadora

Documento assinado digitalmente



CATIA MARIA DOS SANTOS MACHADO

Data: 22/12/2025 15:29:13-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Catia Maria dos Santos Machado

Documento assinado digitalmente



EDISON FERNANDO DA SILVA NUNES

Data: 22/12/2025 17:20:47-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

1.º Tenente QTBM Edison Fernando da Silva Nunes

# Agradecimentos

Agradeço pelo apoio imensurável, do início ao fim desta etapa da minha vida, à minha irmã Ana, aos meus pais Carlos Augusto França Schettini e Eliane Cristina Truccolo, e a toda a minha família.

Agradeço à Profa. Dra. Bárbara Denicol do Amaral Rodriguez pela orientação, organização e apoio durante todo o processo de realização deste trabalho. Agradeço também pela sua ajuda durante o período em que fui seu bolsista de iniciação científica no LabPython, onde este trabalho teve origem e onde tive a oportunidade de me tornar seu orientado.

Minha enorme gratidão à Profa. Dra. Cristiana Andrade Poffal, pela excelente coorientação neste trabalho e por ter sido minha professora desde o primeiro semestre, nas aulas de Cálculo 1, que, embora difíceis, me colocaram no ritmo necessário para chegar ao final do curso.

Por fim, agradeço a todos os professores com quem tive a oportunidade de aprender e participar de suas aulas, a todos os colegas da Matemática Aplicada e de outros cursos, assim como aos meus amigos de fora da universidade, que conheci ou já conhecia ao longo do caminho e contribuíram, de alguma forma, para minha formação.

*“The Universe is, and we are”*  
*(Solanum - Outer Wilds)*

# Resumo

Neste trabalho, utiliza-se o *Multi Criteria Decision Making* (MCDM), em específico o método *Analytic Hierarchy Process* (AHP), como ferramenta de tomada de decisão para a escolha da zona ótima para a construção de um novo quartel de bombeiros no município de Rio Grande, RS, a partir de dados reais fornecidos pelo Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul (CBMRS). Emprega-se a ferramenta computacional *Python* e a biblioteca *NumPy* para a obtenção dos resultados. Com base nos dados obtidos, demonstra-se a aplicabilidade do AHP e a eficiência do *Python* e da biblioteca *NumPy* no desenvolvimento e obtenção de soluções para problemas de otimização em MCDM.

**Palavras-chave:** Otimização. MCDM. AHP. *Python*. *NumPy*.

# Abstract

This study employs the Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) approach, specifically the Analytic Hierarchy Process (AHP) method, as a decision-making tool to select the optimal zone for the construction of a new fire station in the municipality of Rio Grande, in the state of Rio Grande do Sul (RS), using real data provided by the Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul (CBMRS). The computational tool Python and its NumPy library were employed to obtain the results. Based on the obtained data, the applicability of the AHP method and the efficiency of Python and the NumPy library are demonstrated in developing and obtaining solutions for MCDM optimization problems.

**Key-words:** Optimization. MCDM. AHP. Python. NumPy.

# Listas de ilustrações

Figura 1 – Município de Rio Grande . . . . .	22
Figura 2 – Zona Porto Novo . . . . .	24
Figura 3 – Zona Central . . . . .	24
Figura 4 – Zona Lagoa . . . . .	24
Figura 5 – Zona Oeste Orla . . . . .	24
Figura 6 – Zona Avenida Itália . . . . .	24
Figura 7 – Zona Portuária Industrial . . . . .	24
Figura 8 – Distrito Ilhas . . . . .	25
Figura 9 – Estrutura hierárquica do AHP . . . . .	34
Figura 10 – <i>Launcher</i> do <i>JupyterLab</i> . . . . .	40
Figura 11 – Exemplo de <i>array</i> . . . . .	41
Figura 12 – Exemplo de <i>append</i> . . . . .	42
Figura 13 – Exemplo de <i>shape</i> . . . . .	42
Figura 14 – Exemplo de <i>size</i> . . . . .	43
Figura 15 – Exemplo de <i>dot</i> . . . . .	43
Figura 16 – Exemplo de <i>column stack</i> . . . . .	44
Figura 17 – Exemplo de <i>def</i> para a função somaC . . . . .	44
Figura 18 – Exemplo de somaC . . . . .	45
Figura 19 – Exemplo de somaL . . . . .	45
Figura 20 – Exemplo de NC . . . . .	46
Figura 21 – Exemplo de <i>print</i> . . . . .	46
Figura 22 – Dados compartilhados . . . . .	47
Figura 23 – Divisão do município de Rio Grande . . . . .	48
Figura 24 – Zona Bolaxa . . . . .	49
Figura 25 – Zona Cassino . . . . .	49
Figura 26 – Zona Jardim do Sol . . . . .	49
Figura 27 – Zona Parque Marinha . . . . .	49
Figura 28 – Zona Parque São Pedro . . . . .	49
Figura 29 – Zona Carreiros . . . . .	49
Figura 30 – Distrito Senandes . . . . .	50
Figura 31 – Matriz de comparação do critério 1 via <i>Python</i> . . . . .	54
Figura 32 – Normalização da matriz de comparação do critério 1 via <i>Python</i> . . . . .	55
Figura 33 – Vetor de prioridade do critério 1 via <i>Python</i> . . . . .	55
Figura 34 – Consistência das comparações do critério 1 via <i>Python</i> . . . . .	55
Figura 35 – Matriz de comparação dos distritos via <i>Python</i> . . . . .	58
Figura 36 – Normalização da matriz de comparação dos distritos via <i>Python</i> . . . . .	58

Figura 37 – Vetor de prioridade dos distritos via <i>Python</i> . . . . .	59
Figura 38 – Consistência das comparações dos distritos via <i>Python</i> . . . . .	59
Figura 39 – Matriz de comparação das zonas via <i>Python</i> . . . . .	61
Figura 40 – Normalização da matriz de comparação das zonas via <i>Python</i> . . . . .	62
Figura 41 – Vetor de prioridade das zonas via <i>Python</i> . . . . .	62
Figura 42 – Consistência das preferências das zonas via <i>Python</i> . . . . .	63
Figura 43 – Zona Carreiros . . . . .	66
Figura 44 – Zona Carreiros . . . . .	69

# Listas de tabelas

Tabela 1 – Escala Fundamental de Saaty (SAATY, 1991) . . . . .	36
Tabela 2 – Exemplo de uma Matriz de comparação . . . . .	37
Tabela 3 – Valores típicos de <i>RI</i> . . . . .	38
Tabela 4 – Número de ocorrências por distrito . . . . .	52
Tabela 5 – Número de ocorrências por zonas . . . . .	53
Tabela 6 – Matriz de comparação para o critério 1 . . . . .	54
Tabela 7 – Vetor de prioridade do critério 1 . . . . .	54
Tabela 8 – Matriz de comparação para o critério 2 . . . . .	56
Tabela 9 – Vetor de prioridade do critério 2 . . . . .	56
Tabela 10 – Matriz de comparação para o critério 3 . . . . .	57
Tabela 11 – Vetor de prioridade do critério 3 . . . . .	57
Tabela 12 – Matriz de comparação dos distritos . . . . .	57
Tabela 13 – Vetor de prioridade dos distritos . . . . .	58
Tabela 14 – Matriz de comparação das zonas . . . . .	59
Tabela 15 – Vetor de prioridade das zonas . . . . .	60
Tabela 16 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério tempo e resposta . . . . .	64
Tabela 17 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério risco para corporação . . . . .	64
Tabela 18 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério comercial	64
Tabela 19 – Razão de consistência das matrizes de comparação . . . . .	64
Tabela 20 – Matriz de prioridade . . . . .	65
Tabela 21 – Matriz de comparação dos subcritérios . . . . .	65
Tabela 22 – Vetor de prioridade dos subcritérios . . . . .	65
Tabela 23 – Resultados em % . . . . .	65
Tabela 24 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério grau de importância . . . . .	67
Tabela 25 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério distân- cia/acesso . . . . .	67
Tabela 26 – Razão de consistência das matrizes de comparação . . . . .	67
Tabela 27 – Matriz de prioridade . . . . .	67
Tabela 28 – Matriz de comparação dos subcritérios . . . . .	68
Tabela 29 – Vetor prioridade dos subcritérios . . . . .	68
Tabela 30 – Resultados em % . . . . .	68

# **Lista de quadros**

1	Critérios e seus subcritérios . . . . .	50
---	---	----

# Listas de símbolos e abreviações

<	Menor que
=	Igual
>	Maior que
$\forall$	Para todo
$\geq$	Maior ou igual
$\in$	Pertence
$\leq$	Menor ou igual
$\Sigma$	Somatório
$A_{(m,n)}$	Matriz $A$ de ordem $m \times n$
$a_{ij}$	Entradas da matriz $A$
$X_i$	Entradas ou coordenadas que compõem o vetor $X$
$CI$	Índice de Consistência
$CR$	Razão de Consistência
$RI$	Índice Aleatório
AHP	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
AI	Avenida Itália
ANP	<i>Analytic Network Process</i>
Bo	Bolaxa
C	Comercial
Car	Carreiros
Cas	Cassino
CBMRS	Corpo de Bombeiros Militares do Rio Grande do Sul
Ce	Central
D/A	Distância/acesso

DEMATEL *Decision Making Trial and Evaluation Laboratory*

GI Grau de importância

GIS *Geographical Information System*

IDE *Integrated Development Environment*

In Zona Portuária/Industrial

JS Jardim do Sol

La Lagoa

MATLAB *MATRIX LABoratory*

MCDA *Multi Criteria Decision-Aid*

MCDM *Multi Criteria Decision Making*

MG Minas Gerais

NSF *National Science Foundation*

OO Oeste Orla

PM Parque Marinha

PME Pequenas e médias empresas

PN Porto Novo

PSP Parque São Pedro

PV Energia solar fotovoltaica

RC Risco para corporação

RS Rio Grande do Sul

RS *Remote Sensing*

Se Senandes

SP São Paulo

TR Tempo de resposta

UFRGS Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UPA 24h Unidade de Pronto Atendimento

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>16</b>	
<b>1</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>18</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo geral</b>	<b>18</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos específicos</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>O MUNICÍPIO DO RIO GRANDE</b>	<b>22</b>
<b>3.1</b>	<b>Divisão do município</b>	<b>22</b>
3.1.1	1º Distrito - Rio Grande	23
3.1.1.1	Divisão do distrito de Rio Grande	23
3.1.2	2º Distrito - Ilha dos Marinheiros	23
3.1.3	3º Distrito - Povo Novo	23
3.1.4	4º Distrito - Taim	23
3.1.5	5º Distrito - Vila da Quinta	23
<b>3.2</b>	<b>Áreas afetadas pela enchente no ano de 2024</b>	<b>23</b>
3.2.1	Detalhes de áreas afetadas por enchentes	25
<b>4</b>	<b>CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DO RIO GRANDE DO SUL (CBMRS)</b>	<b>26</b>
<b>4.1</b>	<b>Atuação</b>	<b>26</b>
<b>4.2</b>	<b>Localização</b>	<b>26</b>
<b>4.3</b>	<b>Desenvolvimento e Expansão</b>	<b>27</b>
<b>4.4</b>	<b>Número de profissionais</b>	<b>27</b>
<b>4.5</b>	<b>Papel Atual</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA</b>	<b>28</b>
<b>5.1</b>	<b>Média Aritmética</b>	<b>28</b>
<b>5.2</b>	<b>Matriz</b>	<b>28</b>
5.2.1	Representação dos Elementos da Matriz	28
5.2.2	Ordem da Matriz - Notação	28
5.2.3	Matriz Quadrada	29
5.2.4	Diagonal Principal	29
5.2.5	Igualdade de Matrizes	29
5.2.6	Adição de Matrizes e suas Propriedades	29
5.2.7	Produto de uma Matriz por um Escalar	30

5.2.8	Produto de duas Matrizes . . . . .	30
<b>5.3</b>	<b>Vetor . . . . .</b>	<b>31</b>
5.3.1	Autovetores e Autovalores . . . . .	31
<b>5.4</b>	<b>Teorema de Perron-Frobenius . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>6</b>	<b>MULTI CRITERIA DECISION MAKING (MCDM) . . . . .</b>	<b>33</b>
<b>6.1</b>	<b>Tomada de decisão . . . . .</b>	<b>33</b>
<b>6.2</b>	<b>Critérios &amp; Subcritérios . . . . .</b>	<b>33</b>
<b>6.3</b>	<b>Analytic Hierarchy Process (AHP) . . . . .</b>	<b>33</b>
6.3.1	Axiomas do método AHP . . . . .	34
6.3.2	Etapas . . . . .	35
6.3.3	Comparação par a par . . . . .	36
6.3.4	Matriz de comparação . . . . .	36
6.3.4.1	Propriedades da matriz de comparação: . . . . .	37
6.3.4.2	Regras de construção da matriz de comparação: . . . . .	37
6.3.5	Cálculo do vetor média/de prioridade . . . . .	37
6.3.6	Índice de Consistência ( <i>CI</i> ) e a Razão de Consistência ( <i>CR</i> ) . . . . .	38
6.3.6.1	Índice de Consistência ( <i>CI</i> ) . . . . .	38
6.3.6.2	Razão de Consistência ( <i>CR</i> ) . . . . .	38
<b>7</b>	<b>O IDE JUPYTERLAB E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO PYTHON . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>7.1</b>	<b>JupyterLab . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>7.2</b>	<b>Python . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>7.3</b>	<b>Biblioteca NumPy e manipulação de matrizes . . . . .</b>	<b>41</b>
7.3.1	Função <i>array</i> . . . . .	41
7.3.2	Função <i>append</i> . . . . .	41
7.3.3	Função <i>shape</i> . . . . .	42
7.3.4	Função <i>size</i> . . . . .	42
7.3.5	Função <i>dot</i> . . . . .	43
7.3.6	Função <i>column stack</i> . . . . .	43
7.3.7	Função <i>def</i> . . . . .	44
7.3.8	Função <i>somaC</i> . . . . .	44
7.3.9	Função <i>somaL</i> . . . . .	45
7.3.10	Função <i>NC</i> . . . . .	45
7.3.11	Função <i>print</i> . . . . .	46
<b>8</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>8.1</b>	<b>Organização das Ocorrências e Divisão do Município . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>8.2</b>	<b>Critérios e subcritérios . . . . .</b>	<b>50</b>

<b>8.3</b>	<b>Aplicando o método AHP . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>9</b>	<b>RESULTADOS E SIMULAÇÕES . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>9.1</b>	<b>Organização dos Dados . . . . .</b>	<b>52</b>
9.1.1	Distritos . . . . .	52
9.1.2	Zonas . . . . .	52
<b>9.2</b>	<b>Determinando principais subcritérios, distritos e zonas . . . . .</b>	<b>53</b>
9.2.1	Subcritérios . . . . .	53
9.2.1.1	Critério 1: Frequência . . . . .	53
9.2.1.2	Critério 2: Infraestrutura . . . . .	55
9.2.1.3	Critério 3: Desenvolvimento . . . . .	56
9.2.2	Distritos . . . . .	57
9.2.3	Zonas . . . . .	59
<b>9.3</b>	<b>Simulações . . . . .</b>	<b>63</b>
9.3.1	Simulação 1 . . . . .	63
9.3.2	Simulação 2 . . . . .	66
<b>10</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>70</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>71</b>

# Introdução

Os corpos de bombeiros são corporações essenciais em qualquer cidade ou município do Estado brasileiro. Têm o papel de servir à população em uma variedade de eventos emergenciais, com níveis de risco variados, como incêndios urbanos e florestais, busca e salvamento em acidentes de trânsito, desastres naturais, entre outros. Devido à execução dessas atividades de defesa civil, é de extrema importância que os bombeiros consigam chegar aos seus destinos o mais rápido possível, para que possam ajudar a população e controlar a situação. Para isso, os quartéis dos bombeiros devem estar estrategicamente localizados, de modo que tenham fácil acesso às vias de movimento, cheguem a seus destinos a tempo e seu raio de operação englobe o maior número de pessoas possível. Dessa forma, determinar um local adequado, que atenda a todas as exigências, torna-se fundamental.

Dado o objetivo de escolher uma região/zona para a construção de um novo quartel de bombeiros, é necessário levar em conta o trânsito, a qualidade das vias, o número de ocorrências em cada região da cidade ou município, o tempo de resposta, a existência de unidades de saúde, se a zona é industrial, urbana ou rural, entre outras variáveis/critérios importantes para a proposta. Considerar as possíveis regiões de toda a cidade ou município para a construção de um novo quartel, bem como as diversas variáveis/critérios a serem levadas em consideração (para medir a preferência entre os possíveis candidatos), compõe um problema denominado de otimização de múltipla escolha.

Problemas de otimização de múltipla escolha podem ser solucionados por meio dos métodos *Multi Criteria Decision Making* (MCDM). Nas últimas décadas, devido ao aumento da complexidade na tomada de decisão, novos métodos emergiram na tentativa de alcançar maior eficácia na resolução de problemas (BRIOZO; MUSSETTI, 2013). Entre eles, um dos mais utilizados, dada sua grande abrangência e eficiência, é o *Analytic Hierarchy Process* (AHP). Desde seu desenvolvimento, tem sido uma ferramenta útil para os tomadores de decisão (VILELA, 2019).

A proposição do AHP é a decomposição e síntese de um problema (SAATY, 1991). Com ele, organizam-se os elementos em uma hierarquia em relação ao objetivo principal, por meio de uma série de matrizes, cujos julgamentos e dados são processados para alcançar o resultado final. Sua vantagem sobre outros métodos é a flexibilidade de implementação com diferentes técnicas, como Programação Linear e Lógica Difusa, entre outras (VAIDYA; KUMAR, 2006). Em seu livro, Saaty (1991) descreve cálculos utilizando matrizes de ordem entre um e quinze. Considerando matrizes dessa ordem, é imediato deduzir que as operações podem se tornar numerosas, desgastantes e demora-

das, além de aumentar a possibilidade de geração de resultados incorretos. Daí decorre a necessidade de automatização dos cálculos, a fim de facilitar o trabalho de pesquisa e de tomada de decisão (CAVALCANTI, 2022).

Dentro desse contexto, e acreditando-se na possibilidade de construção de um novo quartel para a instalação do Corpo de Bombeiros Militares, neste trabalho emprega-se o método AHP e a linguagem *Python* para a seleção de uma zona ótima no município de Rio Grande, RS, a partir de dados reais fornecidos pelo Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul (CBMRS). Foi escolhida a linguagem de programação *Python* e uma de suas bibliotecas, a *NumPy*, para a automatização do processo de cálculo. Essa escolha deve-se ao fato de o *Python* permitir trabalhar de forma eficiente, com alta adaptabilidade e integração a diferentes sistemas, além de possibilitar a resolução de diferentes problemas de forma mais efetiva (PYTHON, 2024).

Além disso, existem diversos Ambientes Integrados de Desenvolvimento (do inglês, *Integrated Development Environment - IDE*) que facilitam a manipulação de programas em *Python*. Neste caso particular, foi utilizado o *JupyterLab*, devido à sua interface flexível, que permite aos usuários configurar e organizar fluxos de trabalho em ciência de dados, computação científica e aprendizado de máquina. Seu design modular permite extensões que expandem e enriquecem sua funcionalidade (JUPYTER, 2025).

Para atingir os objetivos propostos, este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 1, descrevem-se os objetivos. No capítulo 2, apresentam-se trabalhos da literatura relevantes para a realização desta pesquisa. No capítulo 3, apresentam-se as informações gerais do município de Rio Grande. O papel e a história do Corpo de Bombeiros Militares do Rio Grande do Sul (CBMRS) são descritos no capítulo 4. No capítulo 5, descreve-se a fundamentação matemática. O capítulo 6 aborda os MCDM, o método AHP e suas características. O capítulo 7 apresenta o IDE *JupyterLab* e a linguagem de programação *Python*. No capítulo 8, relata-se a metodologia empregada. No capítulo 9, discutem-se os resultados e simulações. Por fim, no capítulo 10, apresentam-se as conclusões deste trabalho.

# 1 Objetivos

## 1.1 Objetivo geral

Empregar o método AHP para a escolha da melhor zona para a construção de um novo quartel de bombeiros no município de Rio Grande, RS, utilizando dados reais fornecidos pelo CBMRS, por meio da linguagem *Python*.

## 1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- Realizar uma revisão bibliográfica acerca do método AHP;
- Estudar a linguagem *Python* e sua biblioteca *NumPy*;
- Compreender as divisões territoriais oficiais do município de Rio Grande;
- Estudar e compreender os critérios e subcritérios considerados importantes na escolha do local de construção de um quartel do Corpo de Bombeiros Militares;
- Obter dados sobre o número de ocorrências atendidas pelos bombeiros militares de Rio Grande;
- Realizar a tabulação dos dados obtidos;
- Utilizar o método AHP como uma ferramenta viável e confiável para avaliar opções e alcançar a solução ótima;
- Avaliar a viabilidade da ferramenta computacional *Python* na resolução de problemas de otimização.

## 2 Revisão Bibliográfica

Vargas (1990) apresentou os axiomas em que se baseava o AHP, que embasavam sua comparação recíproca, homogeneidade, independência e expectativas. O autor também descreveu como o método passou a ser cada vez mais utilizado entre as décadas de 1970 e 1990, em diferentes áreas teóricas e aplicadas da ciência. Afirmou que, por possuir uma teoria confiável e simples, o AHP era uma ferramenta flexível para diversos tipos de problemas, como os de economia, *design*, finanças, planejamento, alocação de recursos, questões políticas e medicina.

Salo e Hämäläinen (1997) apresentaram a teoria de valor multiatributo como uma estrutura para examinar o uso de comparações em pares no processo de hierarquia analítica (AHP). Demonstraram que o método podia ser modificado de modo a produzir resultados semelhantes aos da medição de valor multiatributo e também propuseram novas escalas balanceadas para melhorar a sensibilidade das escalas de razão do AHP.

Saaty (2001) desenvolveu a teoria do método, apresentando os sete pilares do AHP. Essas propriedades lhe conferiam tanto suporte teórico quanto ampla aplicabilidade.

Vaidya e Kumar (2006) realizaram uma revisão literária extensiva e uma análise crítica a respeito do método AHP como ferramenta de tomada de decisão. Foram revisados artigos que utilizaram o AHP e feita uma categorização em diferentes aplicações, tais como pessoal, manufatura, indústria, social e educação, entre outras.

Devido à aplicabilidade, utilidade e fácil uso do AHP, Ho (2008) conduziu uma revisão literária das aplicações em que o método havia sido integrado. A revisão foi composta por artigos publicados em periódicos internacionais entre 1997 e 2006.

O trabalho de Briozo (2013) demonstrou a aplicabilidade do método AHP em questões públicas, por meio do software *Expert Choice 11*, na escolha da localização de uma nova Unidade de Pronto Atendimento (UPA 24h) no município de Amparo-SP.

No trabalho desenvolvido por Azizi (2014), foi conduzido um estudo para o estabelecimento de parques eólicos na província de Ardabil, no noroeste do Irã. Foi empregado o *Analytic Network Process* (ANP), um método MCDM derivado do AHP, juntamente com o *Decision Making Trial and Evaluation Laboratory* (DEMATEL), no ambiente *Geographical Information System* (GIS). O cálculo dos resultados foi realizado com os softwares *MATrix LABoratory* (MATLAB) e *Super Decisions*.

O trabalho de Bidinoto (2015) propôs um modelo de avaliação de desempenho para a área comercial de diferentes agências bancárias situadas no Estado do Rio Grande do Sul, por meio do método AHP. As agências foram comparadas conforme suas produtividades

e produtos comercializados, com informações inseridas no modelo a partir do software *Expert Choice*.

Silva, Oliveira e Paula (2016) empregaram o AHP para a escolha de um local ótimo para a construção de um quartel de bombeiros na cidade de Uberaba, MG, utilizando o software *Excel*.

Singh e Nachtnebel (2016) analisaram a implementação de hidrelétricas no Nepal nas últimas décadas, com o objetivo de elaborar recomendações para um desenvolvimento mais adequado ao país. Concluíram que o AHP era uma ferramenta facilmente aplicável e apropriada para ranquear projetos de hidrelétricas, considerando aspectos sociais, econômicos e ambientais.

Com base em uma análise de sensibilidade dinâmica de três modelos AHP, Thanki, Govindan e Thakkar (2016) propuseram conjuntos de práticas enxutas e sustentáveis, utilizando os resultados obtidos para desenvolver uma estrutura integrada voltada a sistemas otimizados e verdes aplicáveis às pequenas e médias empresas (PMEs).

Ali (2017), em seu artigo, utilizou os métodos MCDM para facilitar o processo de tomada de decisão entre um grupo variado de opções disponíveis na escolha para aquisição militar de caças para a força aérea do Paquistão. Demonstrou também um caminho metodológico apropriado para a aquisição de defesa e o planejamento de atualização por meio do uso do AHP. Para a obtenção dos resultados, foi utilizado o software *Excel*.

O trabalho realizado por Azizkhani, Vakili, Noorollahi e Naseri (2017) apresentou um plano estratégico abrangente para o uso e desenvolvimento da energia solar no Irã, considerando todos os fatores relevantes à seleção de locais para usinas de energia solar fotovoltaica (PV), por meio do AHP e de imagens de satélite.

A dissertação de Vilela (2019) utilizou o AHP e o *Python* para identificar como os métodos *Multi Criteria Decision-Aid* (MCDA) vinham sendo empregados em conjunto com os *Geographical Information System* (GIS). O autor propôs um modelo de aplicação combinada de GIS e MCDA por meio de uma revisão sistemática.

Khan (2020) realizou uma revisão literária de publicações que incorporavam os métodos AHP e ANP, ambos utilizados na tomada de decisão em situações complexas e capazes de fornecer múltiplas soluções a pesquisadores. Para sua pesquisa, foram analisados 920 artigos publicados entre os anos de 2000 e 2019.

Mostrando a eficiência do método de Saaty, Banerjee, Kumar e Tilak (2021) focaram no planejamento do uso sustentável das águas subterrâneas na Índia, por meio do uso de *Remote Sensing* (RS), GIS e de uma abordagem de tomada de decisão.

O trabalho de conclusão de curso de Cavalcanti (2022) apresentou os métodos numéricos necessários para operacionalizar os cálculos de matrizes utilizados no método

AHP com a linguagem *Python*.

Outro exemplo da utilidade e versatilidade do AHP em questões públicas foi demonstrado por Corrêa e Müller (2023), em uma avaliação comparativa entre duas praças em Santa Maria-RS, utilizando o software *ArcGIS*.

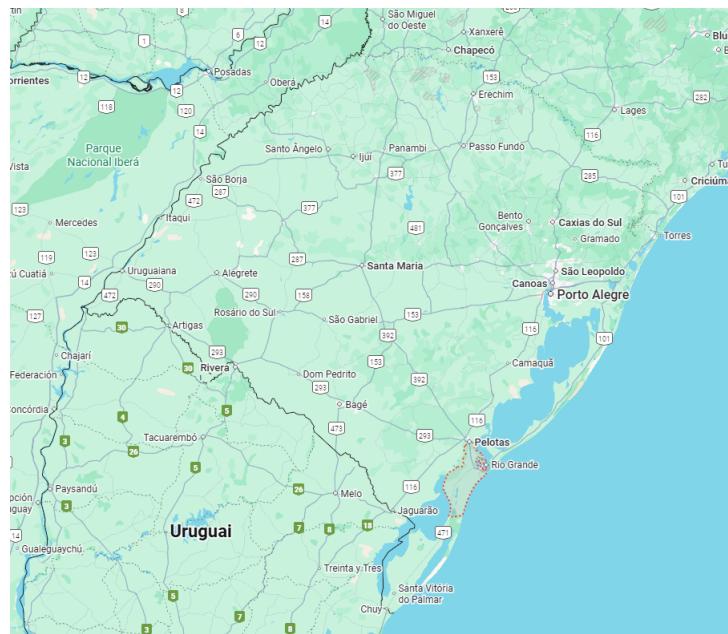
Neste trabalho, propõe-se determinar o local ótimo para a construção de um novo quartel de bombeiros militar por meio do método AHP, considerando dados reais do município de Rio Grande, fornecidos pelo Corpo de Bombeiros Militares do Rio Grande do Sul (CBMRS), e utilizando a linguagem *Python* na implementação computacional dos cálculos e na obtenção dos resultados.

# 3 O Município do Rio Grande

A área de Rio Grande já era mostrada em mapas holandeses décadas antes do início da colonização portuguesa na região. Em 19 de fevereiro de 1737, Silva Paes fundou o presídio de Rio Grande, uma colônia militar na desembocadura do rio São Pedro, que liga a Lagoa dos Patos ao oceano Atlântico. O termo “Rio Grande” é uma alusão à desembocadura da Lagoa dos Patos no oceano Atlântico e à origem do nome do próprio estado. A escolha do local, com o estabelecimento de estâncias de gado, permitiu apoiar as comunicações por terra entre Laguna e Colônia do Sacramento. Assim, foi fundada a cidade mais antiga do estado do Rio Grande do Sul.

O município de Rio Grande está localizado no sul do estado do Rio Grande do Sul, no Brasil (coordenadas: 32°02'06"S, 52°05'56"O), na costa sul do estuário da Lagoa dos Patos com o oceano Atlântico, como mostrado na Figura 1. O município possui uma área total de 2.698,077 km<sup>2</sup>, com uma área urbana de 31,7 km<sup>2</sup> e uma população de 212.881 habitantes (IBGE, 2001).

Figura 1 – Município de Rio Grande



Fonte: GoogleMaps (2025)

## 3.1 Divisão do município

Segundo a Lei nº 6.586, de 20 de agosto de 2008, plano diretor do município de Rio Grande, o território do Município do Rio Grande fica constituído por cinco distritos

(IBGE, 2001), são eles: Rio Grande, Ilha dos Marinheiros, Povo Novo, Taim e Vila da Quinta.

### 3.1.1 1º Distrito - Rio Grande

Abrangendo o Balneário Cassino, o Distrito Industrial, a Povoação de 4ª Seção da Barra, o Senandes, o Bolaxa e a Ilha do Terrapleno (Base). Possui 336.969 km<sup>2</sup>.

#### 3.1.1.1 Divisão do distrito de Rio Grande

O distrito de Rio Grande pode ser dividido nas zonas: Porto Novo, Central, Lagoa, Oeste Orla, Avenida Itália, Portuária Industrial e Cassino.

### 3.1.2 2º Distrito - Ilha dos Marinheiros

Tem como sede a Vila do Porto do Rei. Abrange, além da Ilha dos Marinheiros, a do Leonídio, das Pombas, da Pólvora, dos Cavalos, da Constância, das Cabras, do Caldeirão e da Cascuda. Tem 150.001 km<sup>2</sup>.

### 3.1.3 3º Distrito - Povo Novo

Tem como sede a Vila do Povo Novo. Abrangendo também as ilhas da Torotoma, dos Mosquitos, dos Carneiros, Martin Coelho e do Malandro. Possui 562.873 km<sup>2</sup>.

### 3.1.4 4º Distrito - Taim

Tem como sede a Vila do Taim, abrangendo as ilhas Pequena, Grande e Sangradouro. Possui 1.816.505 km<sup>2</sup>.

### 3.1.5 5º Distrito - Vila da Quinta

Tem como sede a própria Vila da Quinta. Possui 472.008 km<sup>2</sup>.

## 3.2 Áreas afetadas pela enchente no ano de 2024

Durante as enchentes de maio de 2024, que atingiram o estado do Rio Grande do Sul e o município de Rio Grande, a prefeitura disponibilizou imagens de satélite das zonas com risco de inundação no município. As áreas mais afetadas foram os distritos de Rio Grande e da Ilha dos Marinheiros, enquanto a zona do Cassino não apresentou previsão de risco de enchente. As imagens estão apresentadas nas Figuras 2 a 8.

Figura 2 – Zona Porto Novo



Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 3 – Zona Central



Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 4 – Zona Lagoa



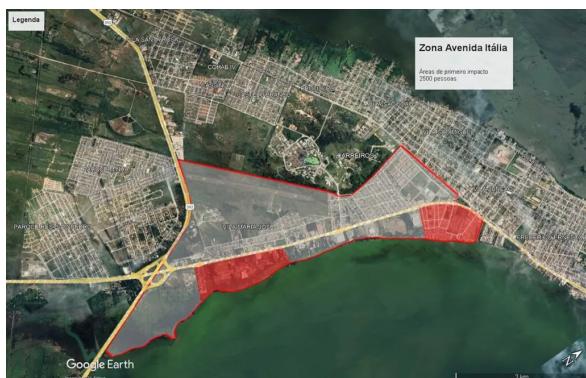
Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 5 – Zona Oeste Orla



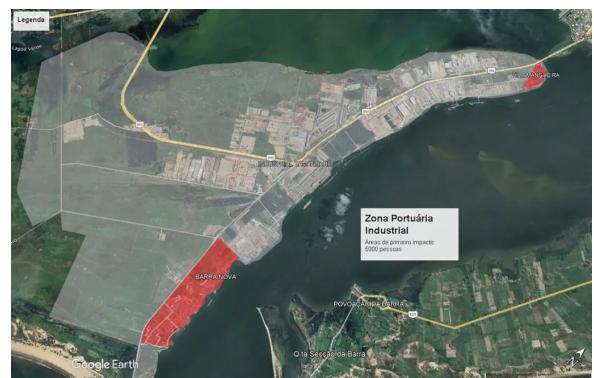
Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 6 – Zona Avenida Itália



Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 7 – Zona Portuária Industrial



Fonte: Litorâneo (2025)

Figura 8 – Distrito Ilhas



Fonte: Litorâneo (2025)

### 3.2.1 Detalhes de áreas afetadas por enchentes

Segundo o GaúchaZH (2025), a projeção da prefeitura de Rio Grande de pessoas atingidas pela enchente a partir de estudos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) estimou que:

- Distrito Ilhas - 5 mil pessoas;
  - Zona Central - 1,5 mil pessoas;
  - Zona Avenida Itália - 2,5 mil pessoas;
  - Zona Portuária Industrial - 5 mil pessoas;
  - Zona Porto Novo - 900 pessoas;
  - Zona da Lagoa - 10 mil pessoas;
  - Zona Oeste Orla - 6.9 mil pessoas.

Com um total de 31,8 mil pessoas atingidas. As informações sobre as enchentes ocorridas no ano de 2024, no estado do Rio Grande do Sul, são aqui apresentadas, pois esse fenômeno natural representa um risco à corporação de bombeiros e será incluído, para fins de comparação, em um dos subcritérios utilizados neste trabalho.

No próximo capítulo, apresenta-se a história do Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul (CBMRS), bem como suas áreas de atuação, o número de profissionais na corporação e seu papel atual na sociedade.

## 4 Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande do Sul (CBMRS)

Os primeiros serviços de combate a incêndios no Brasil começaram com organizações voluntárias no século XIX, e Rio Grande acompanhou essa tendência. Dada a importância econômica do porto e o crescimento da densidade populacional, a cidade passou a enfrentar desafios relacionados a incêndios urbanos, especialmente em áreas comerciais e industriais (CBMRS, 2025).

Os registros históricos indicam que as atividades organizadas de combate a incêndios na cidade tiveram início no começo do século XX. Até então, o combate às chamas era realizado por brigadas formadas por militares ou civis, que dispunham de equipamentos rudimentares (CBMRS, 2025).

O Corpo de Bombeiros de Rio Grande foi formalmente estabelecido como parte da estrutura de segurança pública do estado. A integração com a Brigada Militar do Rio Grande do Sul ocorreu posteriormente — um modelo adotado em várias cidades gaúchas (CBMRS, 2025).

### 4.1 Atuação

A atuação inicial envolvia tarefas como (CBMRS, 2025):

- A prevenção e o combate a incêndios em áreas residenciais e industriais;
- O resgate em acidentes náuticos, dada a proximidade com o porto;
- A prestação de serviços de proteção em eventos públicos e nas instalações portuárias.

### 4.2 Localização

No município de Rio Grande, há duas unidades do Corpo de Bombeiros Militar: uma localizada na zona central da cidade (Rua General Vitorino, 781 - Centro, Rio Grande - RS, 96200-310) e outra no balneário Cassino (Rua Júlio de Castilhos - Cassino, Rio Grande - RS, 96205-260).

Ao validar este trabalho na busca pelo local ótimo para a construção de um novo quartel, os bombeiros confirmaram que estão, de fato, procurando exatamente esse tipo de solução. Assim, esta pesquisa pode auxiliar na confirmação das opções existentes ou no esclarecimento de possíveis dúvidas por parte da corporação.

### 4.3 Desenvolvimento e Expansão

Com o crescimento da cidade e a modernização de sua infraestrutura, o Corpo de Bombeiros de Rio Grande recebeu investimentos para ampliar suas capacidades (CBMRS, 2025):

- **Aquisição de equipamentos modernos:** Veículos especializados, bombas de alta pressão e equipamentos de proteção individual;
- **Treinamento especializado:** Capacitação em resgates náuticos, combate a incêndios químicos e atendimento pré-hospitalar;
- **Engajamento comunitário:** Programas de prevenção de incêndios em escolas e comércios, além de treinamentos para voluntários.

### 4.4 Número de profissionais

Atualmente, o CBMRS mantém um efetivo estadual de cerca de 3.145 bombeiros militares, além de viaturas e embarcações destinadas ao atendimento de diversas regiões, incluindo cidades litorâneas como Rio Grande. No município de Rio Grande, RS, o número de bombeiros militares em atuação é de 59 (CBMRS, 2025).

A cidade também conta com reforço sazonal de guarda-vidas durante a Operação Verão Total, que emprega temporariamente profissionais para garantir a segurança nas praias e balneários da região (CBMRS, 2025).

### 4.5 Papel Atual

Hoje, o Corpo de Bombeiros de Rio Grande é uma instituição essencial para a cidade, atuando não apenas no combate a incêndios, mas também em (CBMRS, 2025):

- Resgate aquático, considerando a relevância do Porto de Rio Grande;
- Prevenção de medidas de segurança contra incêndios em edifícios públicos e privados;
- Resposta a emergências climáticas, como enchentes e ventos fortes, comuns na região.

O capítulo a seguir apresenta a fundamentação matemática que embasa este trabalho, introduzindo conceitos como média aritmética, matriz e vetor.

# 5 Fundamentação Matemática

Neste capítulo são desenvolvidos os conceitos matemáticos fundamentais para uma melhor compreensão deste trabalho. Os conceitos de matriz e vetor seguem a literatura de Winterle e Steinbruch (1987), enquanto os conceitos referentes ao produto de duas matrizes baseiam-se no trabalho de Santos (2013).

## 5.1 Média Aritmética

A média aritmética ( $X_a$ ) de um conjunto ( $X$ ) é o resultado da divisão entre a soma de todos os valores  $X_i$  e quantidade  $n$  de valores (FILHO, 1996), usando a notação de somatório:

$$X_a = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}.$$

## 5.2 Matriz

Chama-se matriz de ordem  $m$  por  $n$  a um quadro com  $m \times n$  elementos (números, polinômios, funções, etc.) dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas:

$$A_{(m,n)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Neste trabalho emprega-se a notação  $A_{(m,n)} = [a_{ij}]$  para representação de uma matriz.

### 5.2.1 Representação dos Elementos da Matriz

Cada elemento  $a_{ij}$  da matriz  $A_{(m,n)}$  está representado por dois índices. O índice  $i$  indica a linha, e o  $j$ , a coluna a qual o elemento pertence.

### 5.2.2 Ordem da Matriz - Notação

Se a matriz  $A$  é de ordem  $m$  por  $n$ , costuma-se escrever simplesmente  $A_{(m,n)}$ .

### 5.2.3 Matriz Quadrada

Quando o número de linhas é igual ao número de colunas, tem-se uma matriz quadrada:

$$A_{(n,n)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

A ordem da matriz quadrada é  $n$  por  $n$ , ou simplesmente  $n$ .

### 5.2.4 Diagonal Principal

Numa matriz quadrada  $A_{(n,n)} = [a_{ij}]$ , de ordem  $n$ , os elementos  $a_{ij}$ , em que  $i = j$ , constituem a diagonal principal. Assim, a diagonal principal é formada pelos elementos:  $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ .

### 5.2.5 Igualdade de Matrizes

Duas matrizes  $A_{(m,n)} = [a_{ij}]$  e  $B_{(m,n)} = [b_{ij}]$ , de ordem  $(m, n)$ , são iguais se, e somente se,  $a_{ij} = b_{ij}$ , ou seja,

$$A_{(m,n)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2j} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{1j} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2j} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \dots & b_{3j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{i3} & \dots & b_{ij} \end{bmatrix} = B_{(m,n)},$$

onde  $\forall a_{ij} \in A_{(m,n)}$  e  $\forall b_{ij} \in B_{(m,n)}$ ,  $a_{ij} = b_{ij}$ .

### 5.2.6 Adição de Matrizes e suas Propriedades

A soma de duas matrizes  $A_{(m,n)} = [a_{ij}]$  e  $B_{(m,n)} = [b_{ij}]$ , de ordem  $(m, n)$ , é uma matriz  $C_{(m,n)} = [c_{ij}]$  tal que:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$$

Valem as propriedades:

- Associatividade:  $A_{(m,n)} + (B_{(m,n)} + C_{(m,n)}) = (A_{(m,n)} + B_{(m,n)}) + C_{(m,n)}$ ;
- Elemento neutro:  $A_{(m,n)} + 0 = 0 + A_{(m,n)} = A_{(m,n)}$ ;
- Elemento inverso:  $-A_{(m,n)} + A_{(m,n)} = A_{(m,n)} - A_{(m,n)} = 0$ ;
- Comutatividade:  $A_{(m,n)} + B_{(m,n)} = B_{(m,n)} + A_{(m,n)}$ .

### 5.2.7 Produto de uma Matriz por um Escalar

Se  $\lambda$  é um escalar, o produto de uma matriz  $A_{(m,n)} = [a_{ij}]$  por esse escalar é uma matriz  $B_{(m,n)} = [b_{ij}]$  tal que:

$$b_{ij} = \lambda a_{ij}.$$

Valem as propriedades:

- Associatividade:  $(\lambda u)A_{(m,n)} = \lambda(uA_{(m,n)})$ ;
- Distributividade da multiplicação da soma de escalares por uma matriz:  $(\lambda + u)A_{(m,n)} = \lambda A_{(m,n)} + u A_{(m,n)}$ ;
- Distributividade da multiplicação de um escalar pela soma de duas matrizes:  $\lambda(A_{(m,n)} + B_{(m,n)}) = \lambda A_{(m,n)} + \lambda B_{(m,n)}$ ;
- Elemento neutro:  $1A_{(m,n)} = A_{(m,n)}$ .

### 5.2.8 Produto de duas Matrizes

O produto de duas matrizes, tais que o número de colunas da primeira matriz é igual ao número de linhas da segunda,  $A_{(m,n)} = [a_{ij}]_{m \times p}$  e  $B_{(m,n)} = [b_{ij}]_{p \times n}$ , é definido pela matriz de ordem  $(m, n)$ :

$$C_{(m,n)} = A_{(m,n)}B_{(m,n)},$$

obtido da forma:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ip}b_{pj}, \quad (1.1)$$

para  $i = 1, \dots, m$  e  $j = 1, \dots, n$ . Escreve-se também  $[A_{(m,n)}B_{(m,n)}]_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ip}b_{pj}$ .

A equação (1.1) significa que o elemento  $c_{ij}$  do produto de  $AB$  é igual à soma dos produtos dos elementos da  $i$ -ésima linha de  $A_{(m,n)}$  pelos elementos correspondentes da  $j$ -ésima coluna de  $B_{(m,n)}$ , ou seja:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \boxed{c_{ij}} & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \boxed{a_{i1}} & \boxed{a_{i2}} & \cdots & \boxed{a_{ip}} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & \boxed{b_{1j}} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & \cdots & \boxed{b_{2j}} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{pj} & \cdots & \boxed{b_{pj}} & \cdots & b_{pn} \end{bmatrix}.$$

A equação (1.1) pode ser escrita de forma compacta usando a notação de somatório:

$$[A_{(m,n)}B_{(m,n)}]_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj},$$

e lê-se somatório de  $k$  variando de 1 a  $p$  de  $a_{ik}b_{kj}$ .

## 5.3 Vetor

As grandezas vetoriais, ou simplesmente vetores, são entes abstratos que possuem módulo (também chamado de comprimento ou magnitude), direção e sentido. Alguns exemplos dessas grandezas são deslocamento, velocidade, aceleração e força (SPEROTTO; FREITAS, 2017).

### 5.3.1 Autovetores e Autovalores

Considere uma matriz complexa  $A_{(n,n)}$  quadrada, de ordem  $n$  e um vetor  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$  não nulo. Diz-se um autovetor de  $A_{(n,n)}$  se  $A_{(n,n)}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ , para algum  $\lambda \in \mathbb{C}$ . O complexo  $\lambda$  é denominado autovalor, e diz-se que  $\mathbf{x}$  é autovetor associado a  $\lambda$ . O conjunto dos valores próprios de  $A_{(n,n)}$  é denotado por  $\sigma(A_{(n,n)})$  e é chamado de espectro de  $A_{(n,n)}$ .

## 5.4 Teorema de Perron-Frobenius

O Teorema de Perron-Frobenius (PERRON, 1907a), (PERRON, 1907b), (FROBENIUS, 1912) é fundamental ao método AHP, pois fornece a base matemática que garante a existência e a singularidade de um vetor de prioridade (6.3.5) a partir da matriz de comparação (6.3.4). Sem ele, não haveria uma justificativa matemática robusta para extrair um conjunto único e significativo de pesos relativos (prioridades) a partir dos julgamentos subjetivos e, por vezes, inconsistentes realizados no AHP. As principais importâncias do teorema são:

- **Existência do Autovalor Principal:** O AHP utiliza uma matriz de comparação paritária (matriz recíproca e positiva). O Teorema de Perron-Frobenius garante que

tal matriz sempre possui um autovalor real, positivo e dominante (o maior autovalor,  $\lambda_{max}$ );

- **Cálculo das Prioridades (Vetor de Prioridade):** Associado a esse autovalor dominante, existe um único autovetor positivo (normalizado). Este autovetor é o que representa o vetor de prioridade, ou seja, os pesos relativos dos critérios ou alternativas que estão sendo comparados. A consistência no AHP é expressa pela equação  $A\mathbf{w} = \lambda_{max}\mathbf{w}$ , onde  $A$  é a matriz de comparação e  $\mathbf{w}$  é o vetor de prioridade;
- **Consistência das Comparações:** Em uma matriz perfeitamente consistente, o maior autovalor ( $\lambda_{max}$ ) é igual à ordem da matriz ( $n$ ), e o autovetor resultante reflete perfeitamente as razões de julgamento ideais. O teorema permite medir o desvio dessa consistência quando  $\lambda_{max} > n$ . A diferença ( $\lambda_{max} - n$ ) é usada para calcular o índice de consistência ( $CI$ ) (6.3.6.1) e a razão de consistência ( $CR$ ) (6.3.6.2), métricas cruciais para validar os julgamentos do tomador de decisão;
- **Unicidade e Estabilidade:** O teorema assegura que o vetor de prioridade calculado é único e estável, o que é vital para a confiabilidade do processo de tomada de decisão, mesmo quando os julgamentos humanos introduzem pequenas inconsistências.

**Teorema 5.4.1. (Teorema de Perron-Frobenius)** Seja  $A_{(n,n)}$  uma matriz de entradas positivas, isto é  $\forall a_{ij} \in A_{(n,n)}, a_{ij} > 0$  sendo  $i, j = 1, \dots, n$ , possui sempre um autovalor positivo  $\lambda$ , de multiplicidade 1, que excede em módulo a todos os outros autovalores de  $A$ . O autovalor maximal de  $A$  denotado por  $\lambda_{max}$  corresponderá a um autovetor  $\mathbf{x}^*$  cujas componentes serão todas positivas ( $\mathbf{x}^* > 0$ ) (AVILA, 2023). Além disso, se a matriz  $A$  é irredutível, pelo Teorema de Perron-Frobenius, existe um número real positivo  $\lambda_1$ , satisfazendo às propriedades:

1. Existe um vetor real  $A\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{v}$ ;
2.  $\lambda_1$  possui multiplicidade algébrica e geométrica 1;
3. Para cada autovalor  $\lambda_i$  de  $A$ ,  $|\lambda_i| \leq \lambda_1$ .

*Demonstração:* A demonstração do Teorema 5.4.1 pode ser encontrada em Souza (2022).

No próximo capítulo, apresentam-se os termos e características dos MCDM, e a fundamentação do método AHP.

# *6 Multi Criteria Decision Making (MCDM)*

MCDM é uma área da Pesquisa Operacional cujo objetivo é determinar a solução mais viável para um problema com múltiplas escolhas e critérios relevantes ao resultado, dentre as alternativas disponíveis e o objetivo determinado. É utilizada para a tomada de decisões tanto em problemas do dia a dia quanto em pesquisas científicas, nas Ciências Sociais, na Medicina, nas Engenharias e em outros segmentos (VILELA, 2019).

## 6.1 Tomada de decisão

O ser humano é constantemente levado a tomar decisões ao longo de sua vida, confrontando-se com situações que exigem a escolha entre diversas alternativas. A tomada de decisão é um processo comum e, muitas vezes, baseia-se na intuição, no sentimento, na experiência ou em outros parâmetros subjetivos (JORDÃO; PEREIRA, 2006).

A tomada de decisão pode ser compreendida como uma técnica empregada para produzir uma solução a um problema previamente reconhecido pela organização como uma tarefa a ser resolvida (CAVALCANTI, 2022). Nesse contexto, o termo organização refere-se ao indivíduo ou ao grupo de indivíduos responsáveis por atuar como tomadores de decisão, isto é, aqueles encarregados de obter a melhor solução para o problema em questão.

## 6.2 Critérios & Subcritérios

Os critérios e subcritérios correspondem às variáveis qualitativas e quantitativas relevantes de um determinado problema, que são consideradas durante o processo de tomada de decisão.

Por exemplo, ao se analisar a compra de um automóvel, os critérios definidos pelo decisor podem incluir aspectos como cor, marca, preço e potência (VILELA, 2019). Já os subcritérios podem representar as variações de cor, a nacionalidade do veículo, as faixas de preço e os níveis de potência, entre outros.

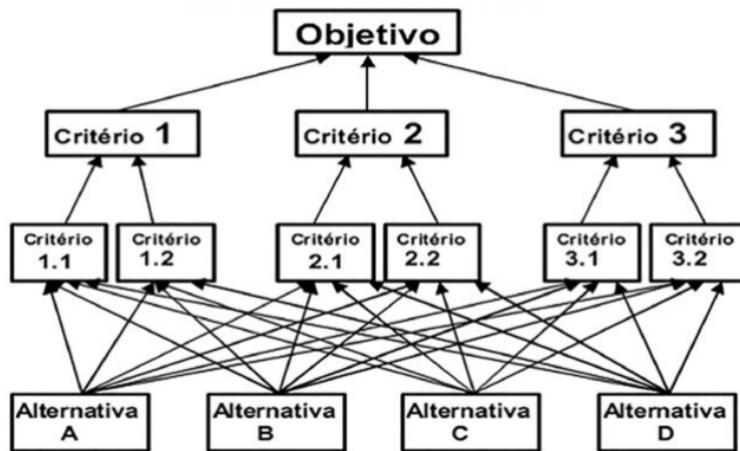
## 6.3 *Analytic Hierarchy Process (AHP)*

O *Analytic Hierarchy Process*, ou Processo Analítico Hierárquico (AHP), é um método MCDM desenvolvido pelo Dr. Thomas L. Saaty nos anos 70, enquanto trabalhava no Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Foi criado em 1972 em um estudo para

o National Science Foundation (NSF) sobre o racionamento de energia para indústrias (durante o mesmo ano Saaty também criou a escala que relaciona as opiniões aos números). O método chegou à sua maturidade aplicativa com o Estudo dos Transportes do Sudão em 1973 e houve um grande enriquecimento teórico entre 1974 e 1978 (JORDÃO; PEREIRA, 2006).

A proposição do AHP é a decomposição e síntese de um problema (SAATY, 1991). Com o AHP, organizam-se os elementos em uma hierarquia em relação ao objetivo principal, com os julgamentos e dados processados para alcançar o resultado final. Observe a estrutura hierárquica do AHP na Figura 9.

Figura 9 – Estrutura hierárquica do AHP



Fonte: Bidinoto et al. (2015)

O AHP é um método simples e confiável, que permite a utilização de dados qualitativos e/ou quantitativos, sejam eles tangíveis ou intangíveis, na análise dos critérios de decisão. Tem sido amplamente empregado em todo o mundo para auxiliar processos decisórios nos mais diversos contextos, desde estudos sobre terrorismo realizados para a Agência de Controle de Armas e Desarmamento até a alocação de recursos em políticas governamentais (JORDÃO; PEREIRA, 2006). Além disso, o AHP tem sido aplicado na solução de problemas econômicos, administrativos, políticos, sociais e tecnológicos.

### 6.3.1 Axiomas do método AHP

O AHP é uma ferramenta utilizada em uma variedade de problemas e áreas, de casos simples pessoais para decisões complexas e de capital intensivo. Seu sucesso, pode ser atribuído à robusta simplicidade de sua teoria (VARGAS, 1990). Sua teoria é descrita pelos seguintes axiomas, os quais fortalecem a compreensão ao funcionamento do AHP:

- **Axioma 1 (Comparação Recíproca):** O tomador de decisão deve ser capaz de comparar e declarar a intensidade de suas preferências. Essas comparações devem

satisfazer à condição recíproca: se  $A$  é  $x$  vezes mais importante que  $B$ , então  $B$  é  $1/x$  vezes mais importante que  $A$ ;

- **Axioma 2 (Homogeneidade):** As preferências são representadas por meio de uma escala limitada;
- **Axioma 3 (Independência):** Ao expressar preferências, os critérios são assumidos como independentes das propriedades das alternativas;
- **Axioma 4 (Expectativas):** Para fins de tomada de decisão, a estrutura hierárquica é considerada completa.

O **Axioma 1** indica que a questão usada para suscitar os julgamentos ou comparações pareadas deve estar clara e corretamente formulada. Se o **Axioma 2** não for satisfeito, os elementos comparados não são homogêneos, e podem ser necessários *clusters* (agrupamentos) de critérios ou alternativas. O **Axioma 3** implica que os pesos dos critérios devem ser independentes das alternativas consideradas; uma forma de lidar com a violação desse axioma é usar uma generalização do AHP conhecida como abordagem da supermatriz, uma matriz ampliada que reúne todas as dependências e inter-relações. Finalmente, se o **Axioma 4** não for satisfeito, o tomador de decisão não está utilizando todos os critérios e/ou alternativas disponíveis ou necessárias para atender às suas expectativas razoáveis e, portanto, a decisão é considerada incompleta (VARGAS, 1990).

### 6.3.2 Etapas

O processo de escolha pelo método AHP pode ser resumido nas seguintes etapas (JORDÃO; PEREIRA, 2006):

1. Definir o problema e a decisão a ser tomada;
2. Estruturar a hierarquia a partir de um ponto de vista global de gestão;
3. Construir uma matriz de comparações binárias, determinando o impacto de cada elemento sobre cada critério de referência do nível superior. Quando dois elementos são comparados, a maioria dos indivíduos prefere expressar suas preferências por meio de um número inteiro. A matriz permite registrar esse valor em uma dada posição e o seu recíproco (inverso) na posição simétrica correspondente;
4. Obter todas as avaliações necessárias para desenvolver o conjunto de matrizes da etapa 3;
5. Determinar as prioridades após coletar todos os dados fornecidos pelas comparações binárias, levando em conta os recíprocos e os valores unitários na diagonal principal, a fim de testar a coerência;

6. Executar todas as operações previstas nas etapas 3 e 5 para todos os níveis e grupos hierárquicos;
7. Utilizar a composição hierárquica para ponderar os vetores de prioridades pelo peso dos critérios, em relação a todos os valores de prioridades ponderadas correspondentes aos níveis imediatamente inferiores, e assim sucessivamente. Essas operações resultarão em um vetor de prioridades globais para o nível mais baixo da hierarquia;
8. Avaliar a consistência de toda a hierarquia multiplicando cada índice de consistência pela prioridade do critério correspondente e somando os produtos. O resultado é dividido por uma avaliação análoga, utilizando o índice aleatório correspondente à dimensão de cada matriz ponderada pelas prioridades, conforme o procedimento anterior.

### 6.3.3 Comparação par a par

Em cada nível de decisão, os critérios relevantes escolhidos são comparados entre si com base em um critério comum. As comparações par a par são realizadas em todos os níveis hierárquicos, utilizando uma escala própria que varia de 1 a 9 (JORDÃO; PEREIRA, 2006), para indicar a importância relativa dos itens em relação ao problema e ao seu objetivo (SAATY, 1991). Essa escala e seus valores são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Escala Fundamental de Saaty (SAATY, 1991)

Escala Numérica	Escala Verbal
1	Mesma importância.
3	Moderada importância.
5	Forte importância.
7	Importância muito forte.
9	Extrema importância.
2, 4, 6, 8	Valores intermediários.
Incremento 0,1	Valores intermediários na graduação mais fina.

Fonte: Saaty (1991)

### 6.3.4 Matriz de comparação

A matriz de comparação (ou matriz de julgamento) é utilizada para exibir todos os julgamentos realizados entre os elementos, de forma par a par. Se existirem  $n$  critérios, o resultado será uma matriz quadrada de ordem  $n$ , em que cada elemento  $a_{ij}$  representa o julgamento relativo entre os critérios  $i$  e  $j$  (SAATY, 1991), como mostrado na Tabela 2. As matrizes seguem determinadas propriedades e regras, apresentadas em 6.3.4.1 e 6.3.4.2, respectivamente, conforme (AVILA, 2023).

Tabela 2 – Exemplo de uma Matriz de comparação

	$a_1$	$a_2$	$\cdots$	$a_{j-1}$	$a_j$
$a_1$	1	4	$\cdots$	$a_{1(j-1)}$	$a_{1j}$
$a_2$	$1/4$	1	$\cdots$	$a_{2(j-1)}$	$a_{2j}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	1	$\vdots$	$\vdots$
$a_{i-1}$	$a_{(i-1)1}$	$a_{(i-1)2}$	$\cdots$	1	$a_{(i-1)j}$
$a_i$	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$\cdots$	$a_{i(j-1)}$	1

Fonte: O autor

### 6.3.4.1 Propriedades da matriz de comparação:

- Positividade:  $a_{ij} > 0, \forall i, j;$

- Reciprocidade:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}};$$

- Diagonal de 1:  $a_{ij} = 1, \forall i = j;$

- Consistência: Para três critérios  $i, j, k$ , vale aproximadamente:

$$a_{ij} \cdot a_{jk} \approx a_{ik}.$$

### 6.3.4.2 Regras de construção da matriz de comparação:

- Comparar par a par, via escala fundamental de Saaty;
- Preencher apenas a metade devido à Reciprocidade;
- Verificar a consistência.

### 6.3.5 Cálculo do vetor média/de prioridade

O vetor de prioridade é obtido a partir da matriz de comparação; ele representa os pesos relativos ou as importâncias de cada critério. Para isso, um método comumente utilizado é a normalização das colunas da matriz, seguida do cálculo da média de cada linha. O vetor resultante contém os pesos que indicam a prioridade relativa de cada critério (SAATY, 1991). Suas principais propriedades são:

- **Valores entre 0 e 1:** Cada valor do vetor corresponde a um peso relativo, e a soma de todos os valores equivale a 1;
- **Consistência:** Utiliza-se o índice de consistência ( $CI$ ) e a razão de consistência ( $CR$ ). Uma alta inconsistência indica que as comparações podem ser incoerentes e que o vetor de prioridades pode não ser confiável.

### 6.3.6 Índice de Consistência ( $CI$ ) e a Razão de Consistência ( $CR$ )

São medidas utilizadas no AHP para avaliar o nível de coerência nas comparações par a par feitas ao construir a matriz de decisão.

#### 6.3.6.1 Índice de Consistência ( $CI$ )

É uma medida que avalia o grau de consistência da matriz de comparações par a par. Ele é calculado por:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1},$$

em que  $\lambda_{\max}$  é o maior valor próprio da matriz de comparação e  $n$  é o número de critérios na matriz.

A consistência perfeita ocorre quando  $CI = 0$ , indicando que as comparações são completamente coerentes. Quanto maior o valor para  $CI > 0$ , maior o nível de inconsistência nas comparações.

#### 6.3.6.2 Razão de Consistência ( $CR$ )

O índice  $CI$  é ajustado levando em conta a dificuldade de manter a consistência em matrizes de maior dimensão. A fórmula para o cálculo do  $CR$  é:

$$CR = \frac{CI}{RI},$$

em que  $CI$  é o índice de consistência e  $RI$  é o índice aleatório, um valor esperado para o  $CI$  em uma matriz de comparação gerada aleatoriamente, varia de acordo com o número de critérios  $n$ . Valores típicos de  $RI$  para diferentes  $n$  são tabelados e amplamente conhecidos (CAVALCANTI, 2022), conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores típicos de  $RI$

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$RI$	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Fonte: Silva, Oliveira e Paula (2016)

Para que uma matriz seja considerada consistente, de modo que o decisor não precise revisar seus julgamentos, o valor da razão de consistência ( $CR$ ) não deve ser superior a 0,1 (AVILA, 2023). Um valor de  $CR$  maior que 10% (ou 0,10) indica que a matriz é inconsistente, o que significa que as comparações realizadas não são suficientemente coerentes para produzir resultados confiáveis no processo de tomada de decisão.

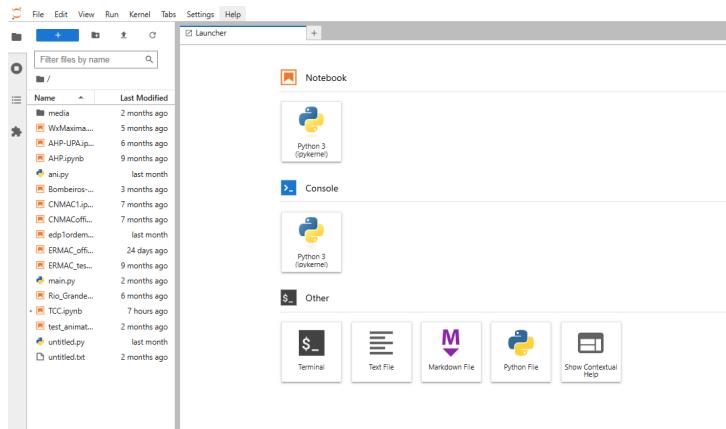
O capítulo seguinte apresenta o ambiente de desenvolvimento integrado (*IDE*) *JupyterLab*, a linguagem de programação *Python* e as principais funcionalidades utilizadas para obtenção dos resultados.

# 7 O IDE *JupyterLab* e a linguagem de programação *Python*

## 7.1 *JupyterLab*

O *JupyterLab* (<https://jupyter.org/>) é um ambiente de desenvolvimento interativo baseado na *web*, voltado para *notebooks*, códigos e dados. Trata-se da interface de última geração do Projeto *Jupyter*, que oferece um ambiente flexível e personalizável, permitindo que o usuário organize *notebooks*, editores de texto, terminais e outros componentes lado a lado em um único espaço de trabalho. É amplamente utilizado em ciência de dados, computação científica e aprendizado de máquina, proporcionando um ambiente propício à prototipagem, exploração e compartilhamento de dados (JUPYTER, 2025). A Figura 10 apresenta o *launcher* do *JupyterLab*.

Figura 10 – *Launcher* do *JupyterLab*



Fonte: O autor

## 7.2 *Python*

A linguagem *Python* (PYTHON, 2024), criada por Guido van Rossum na década de 1980, foi escolhida neste trabalho por sua eficiência, flexibilidade e facilidade de integração na resolução de diversos tipos de problemas, inclusive na área de otimização e tomada de decisão (VILELA, 2019; CAVALCANTI, 2022). Além disso, trata-se de um software de código aberto, cuja tipagem é dinâmica e forte. Isso significa que o próprio interpretador do *Python* infere o tipo dos dados atribuídos a uma variável, sem a necessidade de o usuário declarar explicitamente o tipo dessa variável (BILLER, 2023).

Outra característica marcante dessa linguagem é a ampla disponibilidade de bibliotecas aplicáveis a diferentes áreas do conhecimento. Entre esse conjunto de módulos destaca-se o *NumPy* (NUMPY, 2025), que possibilita o uso de matrizes multidimensionais, juntamente com uma extensa coleção de funções matemáticas otimizadas para operar sobre essas estruturas.

## 7.3 Biblioteca *NumPy* e manipulação de matrizes

A biblioteca *NumPy* é um dos pilares fundamentais da computação numérica e científica em *Python*. Ela desempenha um papel crucial ao permitir o uso de estruturas de dados chamadas *arrays*, que podem conter múltiplas dimensões. Além disso, o *NumPy* disponibiliza um amplo conjunto de funções matemáticas otimizadas, proporcionando uma maneira eficiente de realizar cálculos complexos com alto desempenho computacional (BILLER, 2023).

### 7.3.1 Função *array*

Um *array NumPy* é um tipo de estrutura de dados no *Python* que é especialmente projetado para armazenar e operar eficientemente em dados multidimensionais. Esses *arrays* podem ser classificados como unidimensional (1-D), bidimensional (2-D) e multidimensional (*n*-D) (BILLER, 2023). As dimensões dos *arrays* em *Python* estão diretamente associadas à estrutura dos dados. A sintaxe básica dessa função é mostrada na Figura 11 com uma matriz bidimensional com 2 linhas e 2 colunas.

Figura 11 – Exemplo de *array*

```
import numpy as np

array = np.array([[1,2],
                 [3,4]])

array
```

```
array([[1, 2],
       [3, 4]])
```

Fonte: O autor

### 7.3.2 Função *append*

A função *append* do *NumPy* é empregada para inserir elementos em um *array NumPy* já existente. Os elementos adicionados devem possuir dimensões compatíveis com as do *array* no qual a adição está ocorrendo (BILLER, 2023), como na Figura 12.

Figura 12 – Exemplo de *append*

```
import numpy as np
```

```
A = []
```

```
A.append(1)
```

```
A
```

```
[1]
```

Fonte: O autor

### 7.3.3 Função *shape*

A propriedade *shape* é geralmente usada para obter o formato atual de um *array*, mas também pode ser usada para remodelar o array no *array* (NUMPY, 2025), ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Exemplo de *shape*

```
import numpy as np
```

```
A = [[1,2],[2,1]]
```

```
A=array(A)
```

```
A.shape
```

```
(2, 2)
```

Fonte: O autor

### 7.3.4 Função *size*

A propriedade *size* retorna o número de elementos de um *array* (NUMPY, 2025), como ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Exemplo de *size*

```
import numpy as np  
  
A = [[1,2],[2,1]]  
  
A=array(A)  
  
A.size
```

4

Fonte: O autor

### 7.3.5 Função *dot*

A função *dot* realiza o produto de duas matrizes (NUMPY, 2025), como na Figura 15.

Figura 15 – Exemplo de *dot*

```
import numpy as np  
  
A = [[1,2],[2,1]]  
B = [[2,1],[3,5]]  
  
B = array(B)  
A=array(A)  
  
np.dot(A,B)
```

```
array([[ 8, 11],  
       [ 7,  7]])
```

Fonte: O autor

### 7.3.6 Função *column stack*

A função *column stack* utiliza uma sequência de matrizes 1-D e empilha-as como colunas para criar uma única matriz 2-D (NUMPY, 2025), como na Figura 16.

Figura 16 – Exemplo de *column stack*

```

import numpy as np

a1 = [1,2,3]
a2 = [1,2,3]
a3 = [1,2,3]

A = np.column_stack((a1,a2,a3))

A

```

```

array([[1, 1, 1],
       [2, 2, 2],
       [3, 3, 3]])

```

Fonte: O autor

### 7.3.7 Função *def*

No *Python*, *def* significa definição e é usada para criar ou definir uma função. Quando um programador quer criar uma nova função, deve utilizar a palavra chave *def* seguido pelo nome da função (FUNTECH, 2025), conforme é ilustrado na Figura 17.

Figura 17 – Exemplo de *def* para a função somaC

```

def somaC(matriz):
    return np.sum(matriz, axis=0)

A = [[1,2,3],
      [1,2,3],
      [1,2,3]]

A=array(A)

somaC(A)

```

```

array([3, 6, 9])

```

Fonte: O autor

### 7.3.8 Função somaC

Desenvolvida pelo autor, a função “somaC” realiza a soma das colunas de um *array*, resultando em um novo *array* 1-D com as somas. Sua definição e exemplo são ilustrados na Figura 18.

Figura 18 – Exemplo de somaC

```
def somaC(matriz):
    return np.sum(matriz, axis=0)

A = [[1,2,3],
      [1,2,3],
      [1,2,3]]

A=array(A)

somaC(A)

array([3, 6, 9])
```

Fonte: O autor

### 7.3.9 Função somaL

Similarmente à “somaC”, a “somaL” foi desenvolvida pelo autor para somar as linhas de um *array*, resultando em um novo *array* 1-D com os resultados das somas. Sua definição e exemplo podem ser visualizados na Figura 19.

Figura 19 – Exemplo de somaL

```
def somaL(matriz):
    return np.sum(matriz, axis=1)

A = [[1,2,3],
      [1,2,3],
      [1,2,3]]

A=array(A)

somaL(A)

array([6, 6, 6])
```

Fonte: O autor

### 7.3.10 Função NC

A função “NC” foi desenvolvida pelo autor para realizar a normalização das colunas das matrizes, seguida do cálculo da média aritmética de cada linha, sua definição e exemplo estão na Figura 20.

Figura 20 – Exemplo de NC

```

def NC(M):
    # Calcula a soma de cada coluna
    soma_colunas = somaC(M)

    # Divide cada elemento da coluna pela soma da coluna correspondente
    matriz_normalizada = M / soma_colunas

    return matriz_normalizada

A = [[1,2,3],
      [1,2,3],
      [1,2,3]]

A=array(A)

NC(A)

array([[0.33333333, 0.33333333, 0.33333333],
       [0.33333333, 0.33333333, 0.33333333],
       [0.33333333, 0.33333333, 0.33333333]])

```

Fonte: O autor

### 7.3.11 Função *print*

A função *print* imprime uma mensagem definida anteriormente na tela, ou em outro dispositivo de saída padrão. A mensagem pode ser uma *string* ou qualquer outro objeto; o objeto será convertido em uma *string* antes de ser gravado na tela (W3SCHOOLS, 2025). A Figura 21 ilustra um exemplo do uso da função *print*.

Figura 21 – Exemplo de *print*

```

mensagem = ("Isto é um exemplo do 'print'.")
print(mensagem)

Isto é um exemplo do 'print'.

```

Fonte: O autor

No próximo capítulo, detalha-se a metodologia adotada neste trabalho, na qual apresentam-se a estrutura de organização dos dados disponibilizados pelo Corpo de Bombeiros Militar de Rio Grande, os critérios e subcritérios considerados, bem como a implementação do método AHP.

# 8 Metodologia

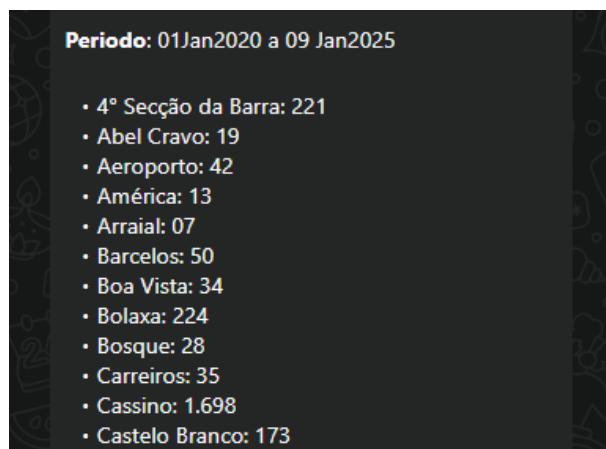
O objetivo deste trabalho é implementar o método AHP, um dos métodos de apoio multicritério à decisão (MCDM), como ferramenta de auxílio à tomada de decisão, utilizando a linguagem de programação *Python*, para determinar o local ótimo para a construção de um novo quartel do Corpo de Bombeiros Militar no município de Rio Grande, RS.

## 8.1 Organização das Ocorrências e Divisão do Município

Para a realização deste trabalho, foram obtidos, junto ao Corpo de Bombeiros Militares de Rio Grande, os registros de ocorrências atendidas no município no período de 01/01/2020 a 09/01/2025. Tais dados, totalizando aproximadamente 8.000 ocorrências, estavam inicialmente organizados por bairros. Posteriormente, foram agrupados conforme as divisões oficiais do município, com o objetivo de identificar as áreas com maior número de incidentes que demandam os serviços dos bombeiros.

Os dados foram compartilhados via *WhatsApp*, conforme mostrado na Figura 22, e reorganizados em distritos de acordo com as divisões do município: Rio Grande, Ilha dos Marinheiros, Povo Novo, Taim e Vila da Quinta (IBGE, 2001). Foi criada, ainda, uma subdivisão específica para o distrito de Rio Grande, uma vez que este concentra a maior parte da população do município. As zonas consideradas nessa subdivisão foram: Porto Novo, Central, Cassino, Lagoa, Oeste Orla, Avenida Itália, Zona Portuária/Industrial, Bolaxa, Senandes, Carreiros, Jardim do Sol, Parque Marinha e Parque São Pedro.

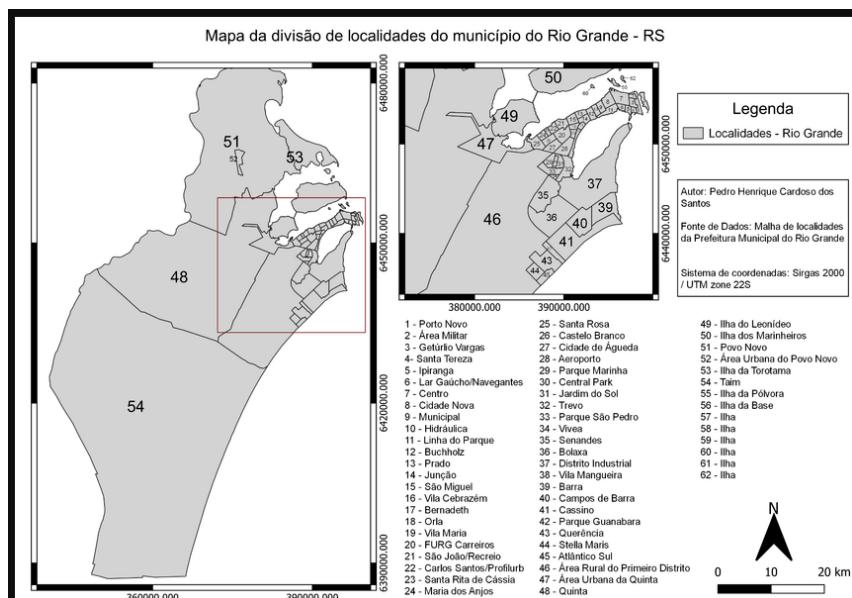
Figura 22 – Dados compartilhados



Fonte: Corpo de Bombeiros Militar do Rio Grande (2025)

As zonas definidas para o distrito de Rio Grande foram estabelecidas a partir da análise do mapa de seus bairros, disponibilizado no trabalho de Santos (2023), mostrado na Figura 23. Além disso, foram considerados os mapas de risco de enchente divulgados pela Prefeitura Municipal do Rio Grande, ilustrados nas Figuras 2 a 8, na Seção 3.2. Esses mapas agrupam diferentes bairros nas zonas citadas para o distrito de Rio Grande, servindo como base complementar para a delimitação das áreas de estudo.

Figura 23 – Divisão do município de Rio Grande



Fonte: Santos (2023)

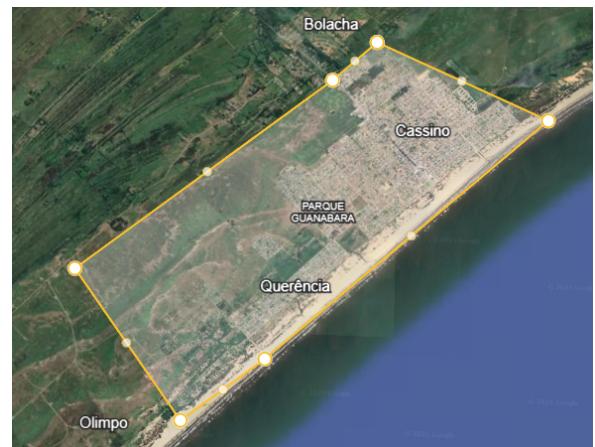
Contudo, os mapas disponibilizados pela Prefeitura Municipal de Rio Grande não contemplavam todos os bairros pertencentes ao distrito de Rio Grande. Diante disso, foram criadas sete novas zonas de agrupamento de bairros, a saber: Cassino, Jardim do Sol, Parque Marinha, Parque São Pedro, Senandes, Carreiros e Bolaxa, ilustradas nas Figuras 24 a 30.

Figura 24 – Zona Bolaxa



Fonte: O autor

Figura 25 – Zona Cassino



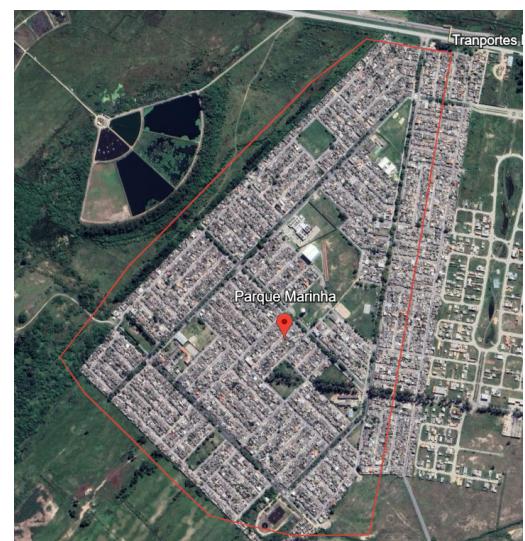
Fonte: O autor

Figura 26 – Zona Jardim do Sol



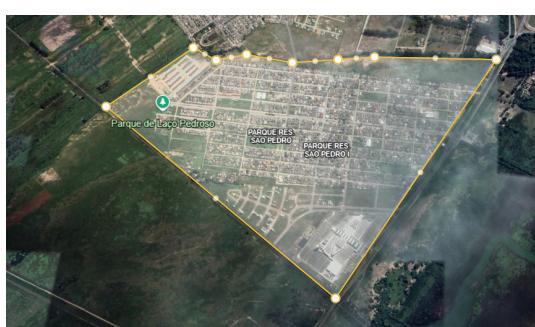
Fonte: O autor

Figura 27 – Zona Parque Marinha



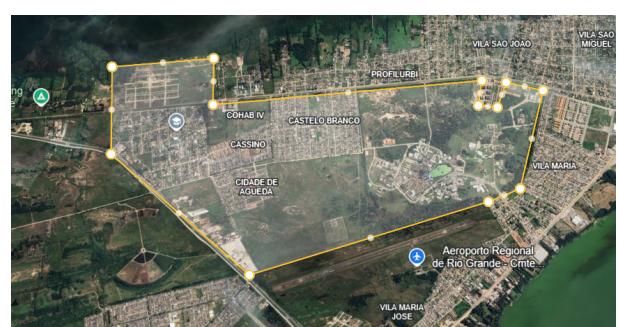
Fonte: O autor

Figura 28 – Zona Parque São Pedro



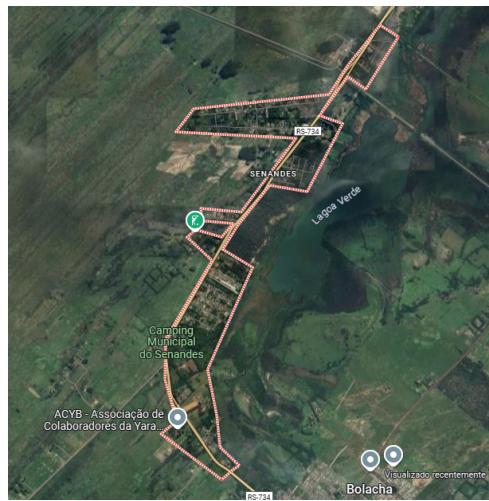
Fonte: O autor

Figura 29 – Zona Carreiros



Fonte: O autor

Figura 30 – Distrito Senandes



Fonte: O autor

## 8.2 Critérios e subcritérios

Com os números de incidentes devidamente organizados para cada área delimitada, procedeu-se ao estabelecimento dos critérios e subcritérios considerados relevantes para o alcance do objetivo proposto. Para essa etapa, utilizou-se como referência o trabalho de Silva, Oliveira e Paula (2016), que define os critérios e subcritérios conforme apresentados no Quadro 1.

**Quadro 1.** Critérios e seus subcritérios

Frequência	Infraestrutura	Desenvolvimento
Tempo de resposta	Unidade de saúde	Comercial
Número de ocorrências	Distância/acesso	Residencial
Grau de importância	Risco para corporação	Rural
*	*	Industrial
*	*	Poder aquisitivo

A frequência refere-se ao fluxo das solicitações de emergência e urgência no município, sendo dividida em três subcritérios: tempo de resposta, número de ocorrências e grau de importância. A infraestrutura é analisada a partir das condições de acesso e mobilidade às demais áreas da cidade e do município, e também é segmentada em três subcritérios: unidade de saúde, distância ou acesso e risco para a corporação. O desenvolvimento é compreendido como um fator do setor econômico e social da cidade, subdividido nos subcritérios: comercial, residencial, rural, industrial e poder aquisitivo da população (SILVA; OLIVEIRA; PAULA, 2016).

O subcritério “risco para a corporação” abrange qualquer evento que coloque o quartel em perigo, como enchentes e incêndios. Este trabalho tem como foco as enchentes,

em virtude das ocorridas no ano de 2024, que afetaram não apenas o município, mas também o estado do Rio Grande do Sul como um todo.

### 8.3 Aplicando o método AHP

1. Definiu-se o problema do local ótimo para a construção de um novo quartel de bombeiros;
2. Os dados foram organizados e separados para uma avaliação global do município, sendo definidos os critérios e subcritérios relevantes ao objetivo;
3. Construíram-se as matrizes de comparação binária;
4. Repetiu-se a etapa 3 comparando os distritos e, posteriormente, as zonas do distrito de Rio Grande;
5. Determinaram-se os vetores de prioridade, uma vez coletados os dados fornecidos pelas matrizes de comparação;
6. Efetuaram-se as operações previstas nas etapas 3 e 5 para todos os grupos hierárquicos;
7. Calcularam-se os vetores de prioridade, demonstrando quais opções são as mais e as menos importantes;
8. Realizaram-se testes de consistência em todas as hierarquias, verificando a validade dos resultados.

De forma geral, uma vez estabelecidos os objetivos, os dados foram organizados de acordo com os aspectos avaliados, e iniciou-se o estudo do método, decompondo-se os elementos do problema em uma estrutura hierárquica. Em seguida, efetuaram-se comparações binárias entre os elementos de um nível em relação ao critério do nível superior. Essas comparações determinaram as prioridades e, por meio da síntese, obtiveram-se as prioridades globais. Por fim, realizou-se a avaliação da coerência e do grau de interdependência. No próximo capítulo, são apresentadas as simulações do método AHP e a análise dos resultados.

# 9 Resultados e Simulações

Neste capítulo, apresenta-se a organização dos dados de incidentes registrados em cada bairro, fornecidos pelo CBMRS, agrupados conforme os distritos e zonas definidos no capítulo 8. São realizadas comparações a fim de determinar quais subcritérios, distritos e zonas possuem maior relevância, para então, por meio das simulações, identificar as áreas mais adequadas para a construção de um novo quartel na cidade de Rio Grande.

## 9.1 Organização dos Dados

Os dados fornecidos pelo CBMRS, referentes ao número de ocorrências em que o Corpo de Bombeiros foi acionado no município de Rio Grande, foram organizados em dois grupos: distritos e zonas. Essas informações serviram de base para as comparações par a par apresentadas nas subseções 9.2.2 e 9.2.3.

### 9.1.1 Distritos

Dos 7.910 registros fornecidos pelo CBMRS, a Tabela 4 apresenta o número de ocorrências em cada distrito, evidenciando a alta concentração de chamados de bombeiros no polo urbano de Rio Grande.

Tabela 4 – Número de ocorrências por distrito

Distrito	Número de ocorrências
Rio Grande	7.309
Ilha dos Marinheiros	73
Povo Novo	114
Taim	47
Vila da Quinta	367

Fonte: O autor

### 9.1.2 Zonas

Dos 7.309 casos registrados no distrito de Rio Grande, a Tabela 5 apresenta o número de ocorrências em cada zona. Similarmente aos distritos, observou-se que grande parte dos chamados concentrou-se nos polos populacionais Central, Lagoa e Cassino.

Tabela 5 – Número de ocorrências por zonas

Zona	Número de ocorrências
Porto Novo	288
Central	1.262
Cassino	1.871
Lagoa	1.297
Oeste Orla	272
Avenida Itália	577
Zona Portuária/Industrial	245
Bolaxa	258
Senandes	127
Carreiros	290
Jardim do Sol	196
Parque Marinha	360
Parque São Pedro	266

Fonte: O autor

## 9.2 Determinando principais subcritérios, distritos e zonas

Antes de iniciar o processo para determinar a zona ótima para a construção de um novo quartel de bombeiros, é necessário filtrar os subcritérios, distritos e zonas, a fim de identificar os mais importantes para chegar a uma decisão. Para atingir esse objetivo, foram realizadas comparações par a par por meio de entrevistas com um representante do Corpo de Bombeiros de Rio Grande, doravante denominado “a organização”.

### 9.2.1 Subcritérios

Na entrevista com a organização, foram comparados os subcritérios de cada um dos três critérios, para determinar quais são necessários, ou mais importantes.

#### 9.2.1.1 Critério 1: Frequência

O critério 1 (Frequência) é composto por três subcritérios, que são:

- **Tempo de resposta:** tempo necessário para que os bombeiros cheguem aos locais das ocorrências;
- **Número de ocorrências:** quantidade de eventos em que os bombeiros foram acionados em determinado local;
- **Grau de importância:** relevância de uma área em comparação com outras.

As comparações par a par realizadas pela organização entre os subcritérios estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Matriz de comparação para o critério 1

	Tempo de resposta	Nº de ocorrências	Grau de importância
Tempo de resposta	1	9	2
Nº. de ocorrências	1/9	1	1/9
Grau de importância	1/2	9	1

Fonte: O autor

A partir do desenvolvimento do método AHP, ilustrado nas Figuras 31 a 33, foram determinadas as prioridades de cada subcritério, apresentadas na Tabela 7. A coerência da matriz de comparação (Tabela 6) foi verificada e confirmada, como mostrado na Figura 34, resultando em  $CR = 0,04 < 0,1$ .

Tabela 7 – Vetor de prioridade do critério 1

Subcritério	Prioridade
Tempo de resposta	57,9%
Nº de ocorrências	5,24%
Grau de importância	36,84%

Fonte: O autor

Figura 31 – Matriz de comparação do critério 1 via *Python*

```

▼ Criterio 1
[3]: #Criterio 1: Frequencia
#1.1- Tempo de resposta
#1.2- N de ocorrência
#1.3- grau de importancia

C1 = ([1 , 9, 2],
       [1/9, 1, 1/9],
       [1/2, 9, 1])

C1=array(C1)

C1.shape
C1

```

```

[3]: array([[1.        , 9.        , 2.        ],
           [0.11111111, 1.        , 0.11111111],
           [0.5        , 9.        , 1.        ]])

```

Fonte: O autor

Figura 32 – Normalização da matriz de comparação do critério 1 via *Python*

```
[6]: # Normalização
C1N = NC(C1)
C1N
[6]: array([[0.62068966, 0.47368421, 0.64285714],
           [0.06896552, 0.05263158, 0.03571429],
           [0.31034483, 0.47368421, 0.32142857]])
```

Fonte: O autor

Figura 33 – Vetor de prioridade do critério 1 via *Python*

```
[11]: #Vetor media/prioridade
VM1 = somaL(C1N)/3
print(sum(VM1))
print(VM1)
VM1.shape
VM1*100
1.0
[0.579077  0.05243713  0.36848587]
[11]: array([57.90770029,  5.24371273,  36.84858698])
```

Fonte: O autor

Figura 34 – Consistência das comparações do critério 1 via *Python*

```
# Teste de consistencia
lmax = sum(dot(C1,VM1)/VM1)/3
CI = (lmax-3)/(3-1)
IA = .58
CR = CI/IA
print(CR)
0.04654082568249392
```

Fonte: O autor

### 9.2.1.2 Critério 2: Infraestrutura

O critério 2 (Infraestrutura) é dividido em três subcritérios, são eles:

- Unidade de saúde: existência de unidades de saúde no distrito ou zona;
- Distância/acesso: distância e acessibilidade a outras regiões;
- Risco para corporação: regiões que colocam o quartel do Corpo de Bombeiros em risco.

As comparações par a par dos subcritérios do critério 2 são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Matriz de comparação para o critério 2

	Unidade de saúde	Distância/acesso	Risco para corporação
Unidade de saúde	1	1/9	1/9
Distância/acesso	9	1	1/2
Risco para corporação	9	2	1

Fonte: O autor

Similarmente ao que foi realizado para o critério 1, o método AHP foi aplicado para o critério 2, e os resultados obtidos estão ilustrados na Tabela 9. A coerência da matriz de comparação (Tabela 8) foi verificada, confirmando comparações consistentes, com  $CR = 0,04 < 0,1$ .

Tabela 9 – Vetor de prioridade do critério 2

Subcritério	Prioridade
Unidade de saúde	5,24%
Distância/acesso	36,84%
Risco para corporação	57,9%

Fonte: O autor

### 9.2.1.3 Critério 3: Desenvolvimento

O critério 3 (Desenvolvimento) é constituído por cinco subcritérios, que são:

- Comercial: grau relativo de presença de atividades comerciais em cada zona;
- Residencial: grau relativo de predominância do uso residencial;
- Rural: grau relativo de presença de características rurais;
- Industrial: grau relativo de concentração de atividades industriais;
- Poder aquisitivo: nível relativo de poder aquisitivo da população na respectiva zona.

A comparação par a par entre os subcritérios é apresentada na matriz de comparação mostrada na Tabela 10.

Tabela 10 – Matriz de comparação para o critério 3

	Comercial	Residencial	Rural	Industrial	Poder aquisitivo
Comercial	1	6	9	9	1/2
Residencial	1/6	1	3	3	1/2
Rural	1/9	1/3	1	1	1/3
Industrial	1/9	1/3	1	1	1/3
Poder aquisitivo	2	2	3	3	1

Fonte: O autor

Assim como realizado para os critérios 1 e 2, os resultados para o critério 3 foram obtidos e estão apresentados na Tabela 11. A coerência da matriz de comparação (Tabela 10) foi verificada, sendo considerada consistente, com um *CR* igual a 0,1.

Tabela 11 – Vetor de prioridade do critério 3

Subcritério	Prioridade
Comercial	43,24%
Residencial	13,86%
Rural	6,19%
Industrial	6,19%
Poder aquisitivo	30,5%

Fonte: O autor

### 9.2.2 Distritos

Foram comparados os cinco distritos de Rio Grande para determinar quais são os mais relevantes para as simulações. A comparação par a par realizada pela organização em relação aos distritos está apresentada na Tabela 12.

Tabela 12 – Matriz de comparação dos distritos

	Rio Grande	Ilha dos Marinheiros	Povo Novo	Taim	Quinta
Rio Grande	1	9	8	7	8
Ilha dos Marinheiros	1/9	1	1/4	1	1/2
Povo Novo	1/8	4	1	3	1
Taim	1/7	1	1/3	1	2
Quinta	1/8	2	1	1/2	1

Fonte: O autor

Por meio do AHP (Figuras 35 a 37), foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 13. A consistência da matriz de comparação (Tabela 12) foi confirmada, com *CR* = 0,08 < 0,1, como ilustrado na Figura 38.

Tabela 13 – Vetor de prioridade dos distritos

Distritos	Prioridade
Rio Grande	63%
Ilha dos Marinheiros	5,52%
Povo Novo	14,65%
Taim	8,5%
Vila da Quinta	8,3%

Fonte: O autor

Figura 35 – Matriz de comparação dos distritos via *Python*

## ▼ Comparação dos Distritos

```

1]: # distritos:
# Rio grande
# ilha dos marinheiros
# povo novo
# taim
# vila da quinta

D = ([[1 , 9, 8, 7, 8],
      [1/9, 1, 1/4, 1, 1/2],
      [1/8, 4, 1, 3, 1],
      [1/7, 1, 1/3, 1, 2],
      [1/8, 2, 1, 1/2, 1])

D = array(D)
D

```

```

1]: array([[1.          , 9.          , 8.          , 7.          , 8.          ],
          [0.11111111, 1.          , 0.25         , 1.          , 0.5          ],
          [0.125        , 4.          , 1.          , 3.          , 1.          ],
          [0.14285714, 1.          , 0.33333333, 1.          , 2.          ],
          [0.125        , 2.          , 1.          , 0.5          , 1.          ]])

```

Fonte: O autor

Figura 36 – Normalização da matriz de comparação dos distritos via *Python*

```

# Normalização
DN = NC(D)
DN

```

```

array([[0.66490765, 0.52941176, 0.75590551, 0.56       , 0.64       ],
       [0.07387863, 0.05882353, 0.02362205, 0.08       , 0.04       ],
       [0.08311346, 0.23529412, 0.09448819, 0.24       , 0.08       ],
       [0.09498681, 0.05882353, 0.03149606, 0.08       , 0.16       ],
       [0.08311346, 0.11764706, 0.09448819, 0.04       , 0.08       ]])

```

Fonte: O autor

Figura 37 – Vetor de prioridade dos distritos via *Python*

```
# Vetor media/prioridade
DM = somaL(DN)/5
print(DM)
DM*100

[0.63004499 0.05526484 0.14657915 0.08506128 0.08304974]
array([63.00449856, 5.52648409, 14.65791526, 8.506128 , 8.30497409])
```

Fonte: O autor

Figura 38 – Consistência das comparações dos distritos via *Python*

```
#Teste de consistência
lmax = sum(dot(D,DM)/DM)/5
CI = (lmax-5)/(5-1)
IA = 1.12
CR = CI/IA
CR

np.float64(0.0899407207338647)
```

Fonte: O autor

### 9.2.3 Zonas

As zonas foram comparadas a fim de determinar quais são as mais importantes para as simulações. As comparações par a par das zonas estão ilustradas na Tabela 14.

Tabela 14 – Matriz de comparação das zonas

	PN	Ce	Cas	La	OO	AI	In	Bo	Se	Car	JS	PM	PSP
PN	1	1/4	1/3	1/3	1	1/4	2	4	4	1/2	5	3	3
Ce	4	1	1	5	6	6	6	9	9	3	8	9	9
Ca	3	1	1	6	6	6	4	9	9	4	8	9	9
La	3	1/5	1/6	1	1	8	1	8	8	1	4	5	5
OO	1	1/6	1/6	1	1	8	2	4	4	1	3	3	3
AI	4	1/6	1/6	1/8	1/8	1	1	3	3	1/7	4	2	2
In	1/2	1/6	1/4	1	1/2	1	1	2	2	1/3	3	2	2
Bo	1/4	1/9	1/9	1/8	1/4	1/3	1/2	1	1	1/8	3	2	2
Se	1/4	1/9	1/9	1/8	1/4	1/3	1/2	1	1	1/8	2	1/2	1/2
Ca	2	1/3	1/4	1	1	7	3	8	8	1	8	8	8
JS	1/5	1/8	1/8	1/4	1/3	1/4	1/3	1/3	1/2	1/8	1	1/2	1/2
PM	1/3	1/9	1/9	1/5	1/3	1/2	1/2	1/2	2	1/8	2	1	1
PSP	1/3	1/9	1/9	1/5	1/3	1/2	1/2	1/2	2	1/8	2	1	1

Fonte: O autor

Siglas: PN = Porto Novo; Ce = Central; Cas = Cassino; La = Lagoa; OO = Oeste Orla; AI = Avenida Itália; In = Zona Portuária/Industrial; Bo = Bolaxa; Se = Senandes; Car = Carreiros; JS = Jardim do Sol; PM = Parque Marinha; PSP = Parque São Pedro.

Por meio do método AHP (Figuras 39 a 41), foram obtidos os resultados ilustrados na Tabela 15. A consistência da matriz de comparação (Tabela 14) foi confirmada, apresentando um  $CR = 0,08 < 0,1$  (Figura 42).

Tabela 15 – Vetor de prioridade das zonas

Zona	Prioridade
Porto Novo	6,1%
Central	22,48%
Cassino	22,54%
Lagoa	9,98%
Oeste Orla	7,49%
Avenida Itália	5,09%
Industrial	4,16%
Bolaxa	2,42%
Senanandes	1,77%
Carreiros	12,1%
Jardim do Sol	1,51%
Parque Marinha	2,14%
Parque São Pedro	2,14%

Fonte: O autor

Figura 39 – Matriz de comparação das zonas via Python

### Comparação das Zonas

```
|: #Zonas:
# porto novo, central, cassino, Lagoa, oeste orla, avenida italia, zona industrial, bolaxa, senandes, carreiros, jardim do sol, parque marinha, parque sao pedro

Z = np.array([
    [1 , 1/4, 1/3, 1 , 1/4, 2 , 4 , 4 , 1/2, 5 , 3 , 3 ],
    [4 , 1 , 1 , 5 , 6 , 6 , 6 , 9 , 9 , 3 , 8 , 9 , 9 ],
    [3 , 1 , 1 , 6 , 6 , 6 , 4 , 9 , 9 , 4 , 8 , 9 , 9 ],
    [3 , 1/5, 1/6, 1 , 1 , 8 , 1 , 8 , 8 , 1 , 4 , 5 , 5 ],
    [1 , 1/6, 1/6, 1 , 1 , 8 , 2 , 4 , 4 , 1 , 3 , 3 , 3 ],
    [4 , 1/6, 1/6, 1/8, 1/8, 1 , 1 , 3 , 3 , 1/7, 4 , 2 , 2 ],
    [1/2, 1/6, 1/4, 1 , 1/2, 1 , 1 , 2 , 2 , 1/3, 3 , 2 , 2 ],
    [1/4, 1/9, 1/8, 1/4, 1/3, 1/2, 1 , 1 , 1/8, 3 , 2 , 2 ],
    [1/4, 1/9, 1/9, 1/8, 1/4, 1/3, 1/2, 1 , 1 , 1/8, 2 , 1/2, 1/2],
    [2 , 1/3, 1/4, 1 , 1 , 7 , 3 , 8 , 8 , 1 , 8 , 8 , 8 ],
    [1/5, 1/8, 1/8, 1/4, 1/3, 1/4, 1/3, 1/2, 1/8, 1 , 1/2, 1/2],
    [1/3, 1/9, 1/9, 1/5, 1/3, 1/2, 1/2, 1/2, 1/8, 2 , 1 , 1 ],
    [1/3, 1/9, 1/9, 1/5, 1/3, 1/2, 1/2, 1/2, 1/8, 2 , 1 , 1 ]
])

Z
```

```
|: array([[1.      , 0.25    , 0.33333333, 0.33333333, 1.      ,
          0.25    , 2.      , 4.      , 4.      , 0.5     ,
          5.      , 3.      , 3.      , 1.      , 5.      ,
          6.      , 6.      , 6.      , 9.      , 9.      ,
          8.      , 9.      , 9.      , 1.      , 6.      ,
          3.      , 1.      , 1.      , 6.      , 6.      ,
          6.      , 6.      , 4.      , 9.      , 9.      ,
          3.      , 1/5, 1/6, 1 , 1 , 8 , 1 , 8 , 8 , 1 ,
          4 , 1/2, 5 , 3 , 3 ],
         [4 , 1 , 1 , 5 , 6 , 6 , 6 , 9 , 9 , 3 , 8 ,
          9 , 9 ],
         [3 , 1 , 1 , 6 , 6 , 6 , 4 , 9 , 9 , 4 , 8 ,
          9 , 9 ],
         [3 , 1/5, 1/6, 1 , 1 , 8 , 1 , 8 , 8 , 1 ,
          4 , 5 , 5 ],
         [1 , 1/6, 1/6, 1 , 1 , 8 , 2 , 4 , 4 , 1 ,
          3 , 3 , 3 ],
         [4 , 1/6, 1/6, 1/8, 1/8, 1 , 1 , 3 , 3 ,
          1/7, 4 , 2 , 2 ],
         [1/2, 1/6, 1/4, 1 , 1/2, 1 , 1 , 2 , 2 ,
          1/3, 3 , 2 , 2 ],
         [1/4, 1/9, 1/8, 1/4, 1/3, 1/2, 1 , 1 ,
          1/8, 3 , 2 , 2 ],
         [1/4, 1/9, 1/9, 1/8, 1/4, 1/3, 1/2, 1 ,
          1 , 1/8, 2 , 1/2, 1/2],
         [2 , 1/3, 1/4, 1 , 1 , 7 , 3 , 8 , 8 ,
          1 , 8 , 8 , 8 ],
         [1/5, 1/8, 1/8, 1/4, 1/3, 1/4, 1/3, 1/2,
          1/8, 1 , 1/2, 1/2],
         [1/3, 1/9, 1/9, 1/5, 1/3, 1/2, 1/2, 1/2,
          1/8, 2 , 1 , 1 ],
         [1/3, 1/9, 1/9, 1/5, 1/3, 1/2, 1/2, 1/2,
          1/8, 2 , 1 , 1 ]])
```

Fonte: O autor

Figura 40 – Normalização da matriz de comparação das zonas via *Python*

```
#Normalização
ZN = NC(Z)
ZN

array([[0.05033557, 0.06488825, 0.08540925, 0.02037697, 0.05517241,
       0.00638298, 0.08955224, 0.0794702 , 0.07476636, 0.04309903,
       0.09433962, 0.06521739, 0.06521739],
       [0.20134228, 0.25955299, 0.25622776, 0.30565461, 0.33103448,
       0.15319149, 0.26865672, 0.17880795, 0.1682243 , 0.25859415,
       0.1509434 , 0.19565217, 0.19565217],
       [0.15100671, 0.25955299, 0.25622776, 0.36678553, 0.33103448,
       0.15319149, 0.17910448, 0.17880795, 0.1682243 , 0.3447922 ,
       0.1509434 , 0.19565217, 0.19565217],
       [0.15100671, 0.0519106 , 0.04270463, 0.06113092, 0.05517241,
       0.20425532, 0.04477612, 0.1589404 , 0.14953271, 0.08619805,
       0.0754717 , 0.10869565, 0.10869565],
       [0.05033557, 0.04325883, 0.04270463, 0.06113092, 0.05517241,
       0.20425532, 0.08955224, 0.0794702 , 0.07476636, 0.08619805,
       0.05660377, 0.06521739, 0.06521739],
       [0.20134228, 0.04325883, 0.04270463, 0.00764137, 0.00689655,
       0.02553191, 0.04477612, 0.05960265, 0.05607477, 0.01231401,
       0.0754717 , 0.04347826, 0.04347826],
       [0.02516779, 0.04325883, 0.06405694, 0.06113092, 0.02758621,
       0.02553191, 0.04477612, 0.0397351 , 0.03738318, 0.02873268,
       0.05660377, 0.04347826, 0.04347826],
       [0.01258389, 0.02883922, 0.02846975, 0.00764137, 0.0137931 ,
       0.00851064, 0.02238806, 0.01986755, 0.01869159, 0.01077476,
       0.05660377, 0.04347826, 0.04347826],
       [0.01258389, 0.02883922, 0.02846975, 0.00764137, 0.0137931 ,
       0.00851064, 0.02238806, 0.01986755, 0.01869159, 0.01077476,
       0.03773585, 0.01086957, 0.01086957],
       [0.10067114, 0.08651766, 0.06405694, 0.06113092, 0.05517241,
       0.1787234 , 0.13432836, 0.1589404 , 0.14953271, 0.08619805,
       0.1509434 , 0.17391304, 0.17391304],
       [0.01006711, 0.03244412, 0.03202847, 0.01528273, 0.0183908 ,
       0.00638298, 0.01492537, 0.00662252, 0.00934579, 0.01077476,
       0.01886792, 0.01086957, 0.01086957],
       [0.01677852, 0.02883922, 0.02846975, 0.01222618, 0.0183908 ,
       0.01276596, 0.02238806, 0.00993377, 0.03738318, 0.01077476,
       0.03773585, 0.02173913, 0.02173913],
       [0.01677852, 0.02883922, 0.02846975, 0.01222618, 0.0183908 ,
       0.01276596, 0.02238806, 0.00993377, 0.03738318, 0.01077476,
       0.03773585, 0.02173913, 0.02173913]])
```

Fonte: O autor

Figura 41 – Vetor de prioridade das zonas via *Python*

```
: # Vetor medio/prioridade
ZM = somal(ZN)/13
print(ZM)
ZM*100

[0.06109444 0.22488727 0.22545966 0.09988391 0.07491408 0.05096703
 0.04160923 0.02424002 0.01777192 0.12108011 0.01514398 0.02147418
 0.02147418]
: array([ 6.10944354, 22.48872671, 22.54596642, 9.98839131, 7.49140833,
      5.09670257, 4.16092289, 2.4240017 , 1.77719158, 12.10801141,
      1.51439782, 2.14741785, 2.14741785])
```

Fonte: O autor

Figura 42 – Consistência das preferências das zonas via *Python*

```
#consistencia
lmax = sum(dot(Z,ZM)/ZM)/13
CI = (lmax-13)/(13-1)
IA = 1.56
CR = CI/IA
CR
np.float64(0.08840546269988442)
```

Fonte: O autor

## 9.3 Simulações

Com o grau de importância dos subcritérios, distritos e zonas determinados, foram selecionados os elementos mais relevantes para a simulação do método AHP, com o objetivo de identificar as áreas mais adequadas para a construção de um novo quartel de bombeiros na cidade de Rio Grande. Devido à expressiva diferença de prioridade entre o primeiro e o segundo distritos em relação aos demais, conforme apresentado na Tabela 13, as simulações foram concentradas exclusivamente no distrito de Rio Grande e em suas respectivas zonas.

### 9.3.1 Simulação 1

Na primeira simulação, optou-se por utilizar apenas o subcritério mais relevante de cada um dos três critérios, sendo eles: tempo de resposta, risco para corporação e comercial. Em relação às zonas, foram selecionadas as cinco mais bem avaliadas. No entanto, conforme apresentado na Tabela 15, as duas zonas com maior prioridade - Central e Cassino - já possuem quartéis do Corpo de Bombeiros, motivo pelo qual foram desconsideradas nesta análise. Assim, as zonas escolhidas para a simulação foram: Carreiros, Lagoa, Oeste Orla, Porto Novo e Avenida Itália.

Com as zonas e subcritérios definidos, procedeu-se à aplicação do método AHP. Inicialmente, foram construídas as matrizes de comparação das zonas em relação a cada subcritério, com base nas entrevistas realizadas com a organização. Essas matrizes são apresentadas nas Tabelas 16 a 18.

Tabela 16 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério tempo e resposta

Tempo e resposta	Carreiros	Lagoa	Oeste Orla	Porto Novo	Avenida Itália
Carreiros	1	3	6	9	9
Lagoa	1/3	1	3	3	3
Oeste Orla	1/6	1/3	1	4	6
Porto Novo	1/9	1/3	1/4	1	1
Avenida Itália	1/9	1/3	1/6	1	1

Fonte: O autor

Tabela 17 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério risco para corporação

Risco para corporação	Carreiros	Lagoa	Oeste Orla	Porto Novo	Avenida Itália
Carreiros	1	9	9	6	5
Lagoa	1/9	1	1	1/3	1/9
Oeste Orla	1/9	1	1	1/2	1/8
Porto Novo	1/6	3	2	1	1/6
Avenida Itália	1/5	9	8	6	1

Fonte: O autor

Tabela 18 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério comercial

Comercial	Carreiros	Lagoa	Oeste Orla	Porto Novo	Avenida Itália
Carreiros	1	2	3	9	1/4
Lagoa	1/2	1	5	8	1/5
Oeste Orla	1/3	1/5	1	4	1/9
Porto Novo	1/9	1/8	1/4	1	1/9
Avenida Itália	4	5	9	9	1

Fonte: O autor

As consistências das três matrizes de comparação foram verificadas e confirmadas, com os valores de  $CR$  ilustrados na Tabela 19.

Tabela 19 – Razão de consistência das matrizes de comparação

Matriz de comparação	$CR$
Tempo e resposta	0,08
Risco para corporação	0,08
Comercial	0,09

Fonte: O autor

Normalizando as matrizes de comparação e calculando os vetores médias/de prioridades, foi construída a matriz prioridade (Tabela 20).

Tabela 20 – Matriz de prioridade

	Tempo resposta	Risco para corporação	Comercial
Carreiros	0,5413	0,5328	0,2025
Lagoa	0,1996	0,0405	0,1712
Oeste Orla	0,1563	0,0433	0,0661
Porto Novo	0,0521	0,0858	0,0292
Avenida Itália	0,0505	0,2976	0,5310

Fonte: O autor

Considerando os valores obtidos para o vetor e a matriz de prioridades, realizou-se a comparação par a par entre os subcritérios selecionados, com o objetivo de determinar seu respectivo vetor de prioridade. Os resultados dessas comparações são apresentados nas Tabelas 21 e 22. A matriz de comparação (Tabela 21) apresentou consistência adequada, com um valor de  $CR = 0,04 < 0,1$ , confirmando a coerência dos julgamentos realizados pela organização.

Tabela 21 – Matriz de comparação dos subcritérios

	Tempo resposta	Risco para corporação	Comercial
Tempo resposta	1	1/2	9
Risco para corporação	2	1	9
Comercial	1/9	1/9	1

Fonte: O autor

Tabela 22 – Vetor de prioridade dos subcritérios

Subcritério	Prioridade
Tempo resposta	0,3684
Risco para corporação	0,5790
Comercial	0,0524

Fonte: O autor

Uma vez obtidos o vetor prioridade dos subcritérios e a matriz de prioridade, realiza-se o produto dos dois para obter o resultado, ilustrado na Tabela 23.

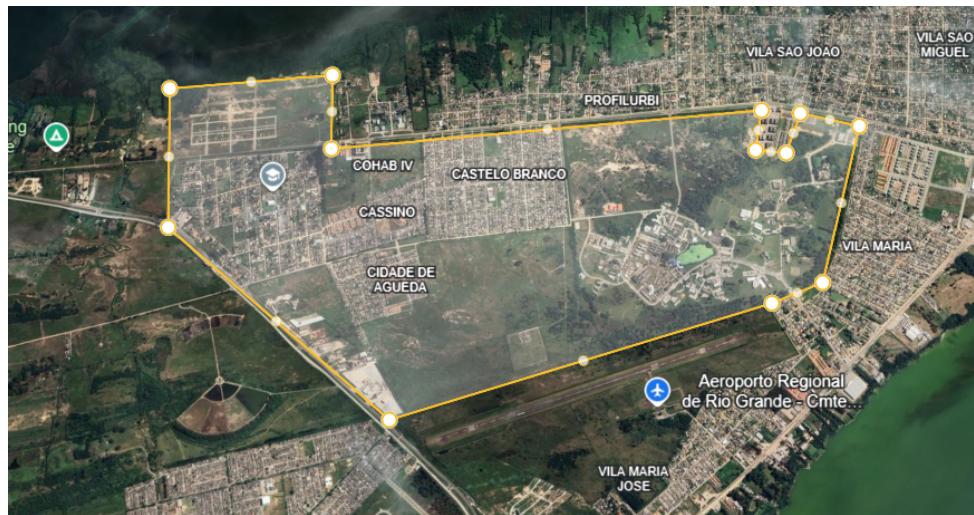
Tabela 23 – Resultados em %

Zona	Prioridade
Carreiros	51,86%
Lagoa	10,59%
Oeste Orla	8,61%
Porto Novo	7,04%
Avenida Itália	21,88%

Fonte: O autor

Com os resultados obtidos na Tabela 23, através da simulação 1, observa-se que a zona Carreiros (Figura 43) no distrito do Rio Grande obteve o maior grau de importância com 51,86%, portanto, a melhor zona para a construção de um novo quartel de bombeiros, dadas as comparações dos subcritérios que a organização julgou importantes.

Figura 43 – Zona Carreiros



Fonte: O autor

### 9.3.2 Simulação 2

Na segunda simulação, optou-se por incluir dois subcritérios adicionais em relação à simulação 1: grau de importância e distância/acesso. Não foram acrescentados outros subcritérios do critério desenvolvimento, pois, segundo a avaliação da organização, embora o subcritério poder aquisitivo apresentasse a segunda maior prioridade conforme a Tabela 11, ele não era considerado um fator suficientemente determinante para ser incluído. Quanto às zonas, manteve-se o mesmo conjunto utilizado na simulação anterior.

Com os novos subcritérios definidos, aplicou-se o método AHP. Inicialmente, se construíram as matrizes de comparação das zonas em relação aos novos subcritérios, com base nas entrevistas realizadas com a organização, ilustradas nas Tabelas 24 e 25. Como não houve inclusão de novas zonas, não foi necessário repetir a comparação par a par das zonas em relação aos subcritérios já utilizados na simulação 1.

Tabela 24 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério grau de importância

Grau de importância	Carreiros	Lagoa	Oeste Orla	Porto Novo	Avenida Itália
Carreiros	1	5	5	2	7
Lagoa	1/5	1	1	1/3	4
Oeste Orla	1/5	1	1	1/3	4
Porto Novo	1/2	3	3	1	5
Avenida Itália	1/7	1/4	1/4	1/5	1

Fonte: O autor

Tabela 25 – Matriz de comparação para as zonas em relação ao subcritério distância/acesso

Distância/acesso	Carreiros	Lagoa	Oeste Orla	Porto Novo	Avenida Itália
Carreiros	1	1/3	1/3	1/4	1/4
Lagoa	3	1	1/2	2	1/3
Oeste Orla	3	2	1	3	1/4
Porto Novo	4	1/2	1/3	1	1/4
Avenida Itália	4	3	4	4	1

Fonte: O autor

As consistência das duas matrizes de comparação foram verificadas e confirmadas, com os valores de  $CR$  ilustrados na Tabela 26.

Tabela 26 – Razão de consistência das matrizes de comparação

Matriz de comparação	CR
Grau de importância	0,03
Distância/acesso	0,09

Fonte: O autor

Normalizando as matrizes de comparação e calculando os vetores médias/de prioridades, foi construída a matriz prioridade (Tabela 27).

Tabela 27 – Matriz de prioridade

	TR	GI	D/A	RC	C
Carreiros	0,5413	0,4631	0,0627	0,5328	0,2025
Lagoa	0,1996	0,1139	0,1565	0,0405	0,1712
Oeste Orla	0,1563	0,1139	0,2135	0,0433	0,0661
Porto Novo	0,0521	0,2653	0,1222	0,0858	0,0292
Avenida Itália	0,0505	0,0436	0,4449	0,2976	0,5310

Fonte: O autor

Siglas: TR = Tempo de resposta; GI = Grau de importância; D/A = Distância/acesso; RC = Risco para corporação; C = Comercial.

Após a obtenção da matriz de prioridade, procedeu-se à comparação par a par dos subcritérios selecionados para determinar o vetor de prioridade, conforme apresentado nas Tabelas 28 e 29. A matriz de comparação (Tabela 28) apresentou coerência, com  $CR = 0,09$ , indicando confiabilidade nos julgamentos realizados.

Tabela 28 – Matriz de comparação dos subcritérios

	TR	GI	D/A	RC	C
TR	1	9	7	8	6
GI	1/9	1	2	5	2
D/A	1/7	1/2	1	3	2
RC	1/8	1/5	1/3	1	1/4
C	1/6	1/2	1/2	4	1

Fonte: O autor

Siglas: TR = Tempo de resposta; GI = Grau de importância; D/A = Distância/acesso; RC = Risco para corporação; C = Comercial.

Tabela 29 – Vetor prioridade dos subcritérios

Subcritério	Prioridade
Tempo resposta	0,6021
Grau de importância	0,1523
Distância/acesso	0,1100
Risco para corporação	0,0398
Comercial	0,0955

Fonte: O autor

Uma vez obtidos o vetor prioridade dos subcritérios e a matriz de prioridade, realizou-se o produto dos dois para obter o resultado, ilustrado na Tabela 30.

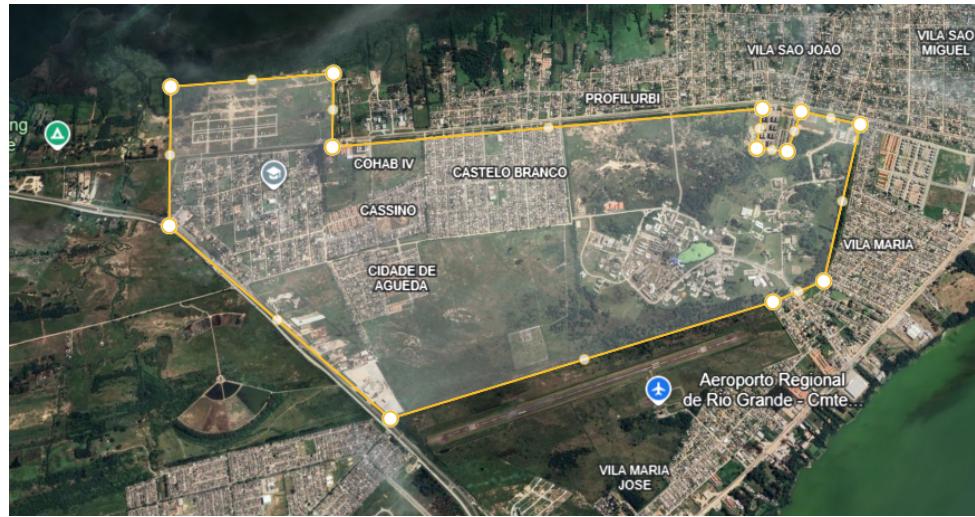
Tabela 30 – Resultados em %

Zona	Prioridade
Carreiros	44,40%
Lagoa	17,27%
Oeste Orla	14,30%
Porto Novo	9,14%
Avenida Itália	14,86%

Fonte: O autor

Com base nos resultados obtidos (Tabela 30), observa-se que, assim como na simulação 1, a zona Carreiros (Figura 44) no distrito de Rio Grande apresentou o maior grau de prioridade, com 44,40%, sendo, portanto, considerada a melhor área para a construção de um novo quartel de bombeiros, de acordo com os subcritérios que a organização avaliou como mais importantes.

Figura 44 – Zona Carreiros



Fonte: O autor

## 10 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo empregar um dos métodos de *Multi-Criteria Decision Making* (MCDM), o *Analytic Hierarchy Process* (AHP), para identificar a melhor zona para a construção de um novo quartel de bombeiros no município de Rio Grande, RS, utilizando dados reais fornecidos pelo CBMRS e implementando o método por meio da linguagem *Python*.

Com base em pesquisas sobre o município, nas enchentes de 2024 que o impactaram e em estudos semelhantes que aplicam o AHP a serviços públicos, foi possível determinar quais características (critérios e subcritérios), distritos e zonas deveriam ser considerados para atingir o objetivo proposto. Além disso, por meio de entrevistas com a organização, representada por um integrante do Corpo de Bombeiros de Rio Grande, foram realizadas comparações entre distritos, zonas e critérios/subcritérios selecionados. Tais comparações permitiram estabelecer graus de importância e, com o uso do método AHP, obter resultados consistentes.

Dessa forma, este estudo contribui para o campo da otimização multicritério, especialmente no contexto de aplicação do AHP, demonstrando sua viabilidade como ferramenta de apoio à tomada de decisão em projetos públicos. Para trabalhos futuros, sugere-se ampliar o escopo da organização entrevistada, incorporando mais de um representante da corporação de bombeiros, de modo a agregar diferentes perspectivas ao processo decisório. Recomenda-se também ampliar a aplicação do método AHP a outras pesquisas voltadas ao apoio de decisões, não apenas para o Corpo de Bombeiros Militar, mas ao conjunto integrado da segurança pública, órgãos como a Polícia Militar, o SAMU e a Defesa Civil; e também para iniciativas privadas. Esta ampliação permitirá uma visão mais sistêmica do atendimento a emergências, reforçando o caráter estratégico do modelo proposto e aumentando sua aderência à realidade operacional interinstitucional, explorando sua utilidade e aplicabilidade matemática.

## Referências

- ALI, Y. et al. Selection of a fighter aircraft to improve the effectiveness of air combat in the war on terror: Pakistan air force-a case in point. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, v. 9, n. 2, 2017. Citado na página 20.
- AVILA, A. R. S. de. *Um Estudo Sobre os Conceitos Matemáticos que Sustentam o Método de Análise Hierárquica (AHP)*. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Matemática Aplicada) — Universidade Federal do Rio Grande, RS. Citado 3 vezes nas páginas 32, 36 e 38.
- AZIZI, A. et al. Land suitability assessment for wind power plant site selection using anp-dematel in a gis environment: case study of ardabil province, Iran. *Environmental monitoring and assessment*, Springer, v. 186, p. 6695–6709, 2014. Citado na página 19.
- AZIZKHANI, M. et al. Potential survey of photovoltaic power plants using analytical hierarchy process (ahp) method in iran. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 75, p. 1198–1206, 2017. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032116308048>>. Citado na página 20.
- BANERJEE, K. et al. Delineation of potential groundwater zones using analytical hierarchy process (AHP) for Gautham Buddh Nagar District, Uttar Pradesh, India. *Materials Today: Proceedings*, v. 44, p. 4976–4983, 2021. ISSN 2214-7853. International Conference on Advances in Materials Processing & Manufacturing Applications. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785320406352>>. Citado na página 20.
- BIDINOTO, R. S. et al. Proposição de um modelo para avaliação de desempenho multicritério de uma agência bancária por meio do método Analytic Hierarchy Process (AHP). *Revista Base (Administração e Contabilidade) da UNISINOS*, v. 12, n. 4, p. 316–330, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 34.
- BILLER, J. R. *Simulação temporal do crescimento tumoral avascular utilizando Python*. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso, Matemática Aplicada Bacharelado — Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- BRIOZO, R. A.; MUSSETTI, M. A. Método multicritério de tomada de decisão: aplicação ao caso da localização espacial de uma unidade de pronto atendimento–UPA 24 h. *Gestão & Produção*, ScIELO Brasil, v. 22, n. 4, p. 805–819, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.
- CAVALCANTI, S. L. da S. *Método numérico para aplicação da técnica Analytic Hierarchy Process: Uso da linguagem Python*. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Matemática) — Universidade do Sul de Santa Catarina, Palhoça, SC. Disponível em: <<https://repositorio.animaeducacao.com.br/items/19a12ed7...>>. Acesso em: 19 abr. 2025. Citado 5 vezes nas páginas 17, 20, 33, 38 e 40.

- CBMRS. 2025. <<https://www.bombeiros.rs.gov.br/inicial>>. Acesso em 25 set. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- FILHO, A. O. C. *Estatística Básica*. São Paulo: Qualitymark, 1996. Citado na página 28.
- FROBENIUS, G. Über matrizen aus positiven elementen. *Sitzungsberichte der Kgl. Preuss. Akademie der Wissenschaften*, 1912. Citado na página 31.
- FUNTECH. 2025. <<https://funtech.co.uk/>>. Acesso em 24 set. 2025. Citado na página 44.
- GZH. 2025. <<https://gauchazh.clicrbs.com.br>>. Acesso em 25 set. 2025. Citado na página 25.
- HO, W. Integrated analytic hierarchy process and its applications – a literature review. *European Journal of Operational Research*, v. 186, n. 1, p. 211–228, 2008. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221707000872>>. Citado na página 19.
- IBGE, B. *Divisão territorial do município de Povo Novo, Quinta e Taim*. 2001. Acesso em: 16 abr. 2025. Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/biblioteca-catalogo.html?id=35047&view=detalhes>>. Citado 3 vezes nas páginas 22, 23 e 47.
- JORDÃO, B. M. d. C.; PEREIRA, S. R. *A análise multicritério na tomada de decisão – O Método Analítico Hierárquico de TL Saaty*. 2006. Trabalho acadêmico apresentado na disciplina de Gestão de Empreendimentos — Instituto Politécnico de Coimbra, Departamento de Engenharia Civil. Citado 4 vezes nas páginas 33, 34, 35 e 36.
- JUPYTER. 2025. <<https://jupyter.org/>>. Acesso em: 07 mai. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 40.
- KHAN, A. U.; ALI, Y. Analytical hierarchy process (AHP) and analytic network process methods and their applications: a twenty year review from 2000-2019: Ahp & anp techniques and their applications: Twenty years review from 2000 to 2019. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, v. 12, n. 3, 2020. Citado na página 20.
- LITORÂNEO. 2025. <<https://www.olitoraneo.com.br/noticia/20791/rio-grande/rio-grande/prefeitura-do-rio-grande-divulga-mapa-de-areas-de-risco-no-municipio.html>>. Acesso em 25 set. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.
- MAPS, G. 2025. <<https://www.google.com/maps>>. Acesso em 17 out. 2025. Citado na página 22.
- NUMPY. 2025. <<https://numpy.org/doc/stable/user/whatisnumpy.html>>. Acesso em 21 set. 2025. Citado 3 vezes nas páginas 41, 42 e 43.
- PAULA, A. S. C. E. A.; MÜLLER, S. Aplicação do método AHP para avaliação comparativa de duas praças em Santa Maria-RS considerando a caminhabilidade em seus entornos. *Rio de Janeiro: PROARQ 40.*, 2023. Citado na página 21.
- PERRON, O. Grundlagen für eine theorie des jacobischen kettenbruchalgorithmus. *Mathematische Annalen*, v. 64, p. 1–76, 1907. Citado na página 31.

- PERRON, O. Zur theorie der matrices. *Mathematische Annalen*, v. 64, p. 248–264, 1907. Citado na página 31.
- PYTHON. 2024. <<https://www.python.org/>>. Acesso em 15 abr. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 40.
- SAATY, T. L. *Método de análise hierárquica*. [S.l.]: São Paulo: McGraw-Hill, 1991. Citado 5 vezes nas páginas 9, 16, 34, 36 e 37.
- SAATY, T. L. Fundamentals of the analytic hierarchy process. In: \_\_\_\_\_. *The Analytic Hierarchy Process in Natural Resource and Environmental Decision Making*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2001. p. 15–35. ISBN 978-94-015-9799-9. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-94-015-9799-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-94-015-9799-9_2)>. Citado na página 19.
- SALO, A. A.; HÄMÄLÄINEN, R. P. On the measurement of preferences in the analytic hierarchy process. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v. 6, n. 6, p. 309–319, 1997. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291099-1360%28199711%296%3A6%3C309%3A%3AAID-MCDA163%3E3.0.CO%3B2-2>>. Citado na página 19.
- SANTOS, P. H. C. dos. *Mapeamento dos casos de infecção pelo SARS- COV-2, nos anos de 2020 a 2022, no município de Rio Grande em pacientes comorbidades neurológicas preexistentes*. 2023. Trabalho de Conclusão para obtenção do Diploma de Técnico em Geoprocessamento — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Rio Grande, RS. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/376852226\\_MAPEAMENTO\\_DOS\\_CASOS\\_DE\\_INFECCAO\\_PELO\\_SARS-COV-2\\_NOS\\_ANOS\\_DE\\_2020\\_A\\_2022\\_NO\\_MUNICIPIO\\_DO\\_RIO\\_GRANDE\\_EM\\_PACIENTES\\_COM\\_COMORBIDADES\\_NEUROLOGICAS\\_PREEXISTENTES](https://www.researchgate.net/publication/376852226_MAPEAMENTO_DOS_CASOS_DE_INFECCAO_PELO_SARS-COV-2_NOS_ANOS_DE_2020_A_2022_NO_MUNICIPIO_DO_RIO_GRANDE_EM_PACIENTES_COM_COMORBIDADES_NEUROLOGICAS_PREEXISTENTES)>. Acesso em: 25 mai. 2025. Citado na página 48.
- SANTOS, R. J. *Introdução à Álgebra Linear*. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2013. Citado na página 28.
- SILVA, L. de O.; OLIVEIRA, V. B.; PAULA, B. H. de. Estudo para localização de unidade de corpo de bombeiros utilizando análise multicritério. *XXXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção, João Pessoa, PB*, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 20, 38 e 50.
- SINGH, R. P.; NACHTNEBEL, H. P. Analytical hierarchy process (ahp) application for reinforcement of hydropower strategy in nepal. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 55, p. 43–58, 2016. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032115012174>>. Citado na página 20.
- SOUZA, I. C. d. P. e. *O Teorema de Perron-Frobenius*. 2022. Monografia avaliada do curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, TO. Citado na página 32.
- SPEROTTO, F. A.; FREITAS, D. S. de. *Notas de Aula de Geometria Analítica: Vetores*. Rio Grande: Editora da FURG, 2017. Citado na página 31.

- THANKI, S.; GOVINDAN, K.; THAKKAR, J. An investigation on lean-green implementation practices in indian smes using analytical hierarchy process (ahp) approach. *Journal of Cleaner Production*, v. 135, p. 284–298, 2016. ISSN 0959-6526. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095965261630782X>>. Citado na página 20.
- VAIDYA, O. S.; KUMAR, S. Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 169, n. 1, p. 1–29, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.
- VARGAS, L. G. An overview of the analytic hierarchy process and its applications. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 2–8, 1990. Citado 3 vezes nas páginas 19, 34 e 35.
- VILELA, M. H. S. B. *Integração dos métodos: Multicritério para tomada de decisão e sistema de informação geográfica para seleção de locais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 16, 20, 33 e 40.
- W3SCHOOLS. 2025. <<https://www.w3schools.com/>>. Acesso em 24 set. 2025. Citado na página 46.
- WINTERLE, P.; STEINBRUCH, A. *Álgebra linear*. São Paulo: Pearson Universidades, 1987. Citado na página 28.