

Universidade Federal do Rio Grande
Instituto de Matemática, Estatística e Física

Jefferson Taneo Shida Gonçalves

Introdução à QCD
Fundamentos e aplicações na física do
LHC

Rio Grande, 2017

Jefferson Taneo Shida Gonçalves

Introdução à QCD
Fundamentos e aplicações na física do LHC

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao curso de Física Bacharelado do Instituto de
Matemática, Estatística e Física da Universidade
Federal do Rio Grande como requisito parcial
para obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotti

Rio Grande, 2017

Jefferson Taneo Shida Gonçalves

Introdução à QCD
Fundamentos e aplicações na física do LHC

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de
Física Bacharelado do Instituto de Matemática, Estatística e Física

Prof. Dr. Cristiano Brenner Mariotti

Orientador

Instituto de Matemática, Estatística e Física

Prof. Dr. Otavio Socolowski Junior

Banca Examinadora

Instituto de Matemática, Estatística e Física

Prof. Dr. Luiz Fernando Mackedanz

Banca Examinadora

Instituto de Matemática, Estatística e Física

Aprovado em: _____ de _____ de _____.

Agradecimentos

- Ao meu orientador Cristiano Brenner Mariotti, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho.
- Ao amigo Angelo Eduardo da Silva Hartmann, companheiro de trabalho e irmão na amizade que fez parte da minha formação e que vão continuar em minha vida com certeza.
- Ao amigo Geferson Lucatelli, companhia e ajudas que fez parte da minha formação.
- Ao amigo Lucas Bonifácio Selbach, pela companhia e contribuição valiosa.
- À amiga Lara Maria Gatto, pela companhia e amizade que fez parte da minha formação.
- Ao amigo Luiz Fernando Nascimento de Oliveira, pela companhia e ajuda.
- À Universidade Federal do Rio Grande, pela oportunidade de fazer o curso.
- Ao Instituto de Matemática, Estatística e Física pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.
- Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.
- A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics.

— Richard P. Feynman

Resumo

Neste trabalho realizamos um estudo introdutório da Cromodinâmica Quântica (QCD), a teoria das interações fortes, e apresentamos algumas aplicações em colisões próton-próton de altas energias no LHC. Partimos de um estudo pré-QCD em termos do grupo $SU(3)$ de sabor e a constituição dos hádrons, e prosseguimos para grupo $SU(3)$ de cor, que é o grupo subjacente na QCD. Utilizando o princípio de gauge obtemos em detalhe a lagrangiana da QCD, onde mostramos os termos de interação que nela aparecem. Além disso fazemos um estudo qualitativo das propriedades cruciais da QCD, o confinamento da cor e a liberdade assintótica. Neste trabalho também mostraremos nossos resultados de simulações de colisões próton-próton de altas energias ($7 TeV$ e $13 TeV$) para obtermos a seção de choque de produção de hádrons contendo um quark ou antiquark b . Os resultados obtidos serão comparados com resultados experimentais recentes do experimento LHCb.

Abstract

In this work we make an introductory study of the Quantum Chromodynamics (QCD), the theory of the strong interactions, and present some applications in proton-proton high-energy collisions at the LHC. Starting with a pre-QCD study in terms of the group $SU(3)$ of flavor and the constitution of hadrons, we then proceed to the study of the group $SU(3)$ of color, which is the underlying group of the QCD. Moreover, by using the gauge principle we obtain in detail the QCD lagrangian, and show the interaction terms that appear. Besides, we show a qualitative study of the crucial properties of the QCD, the color confinement and the asymptotic freedom. In this work we will also show our results of computer simulations of proton-proton collisions at high-energies (7 TeV and 13 TeV), in order to obtain the cross sections for the production of hadrons containing one quark (or antiquark) b (\bar{b}). The results are compared with recent experimental data from the LHCb experiment.

Lista de Figuras

1.1.	Tripleto de quarks leves	5
1.2.	Octeto de bárions com spin $1/2$	6
1.3.	Decuplo de bárions com spin $3/2$	7
2.1.	Propagadores dos quarks e glúons	18
2.2.	Os vértices da QCD	19
2.3.	Interações glúon-glúon entre a interação quark-antiquark	20
2.4.	Linhas de força da interação eletromagnética e da interação forte	20
2.5.	Separação de um par de quark-antiquark gerando um par de quark-antiquark	21
2.6.	Medidas de α_s em diferentes escalas de $ q $	22
3.1.	Processos duros onde pode ser produzido o quarks b	26
3.2.	Colisão pp com a presença de chuveiros partônicos de estado inicial	27
3.3.	Ângulo θ com o eixo de colisão	27
3.4.	Relação entre a pseudorapidez η e o ângulo θ da partícula medida	29
3.5.	Resultados da simulação de PYTHIA8 para a seção de choque diferencial em função do momento transversal, para a produção de hádrons B em LHCb para $\sqrt{s} = 7 TeV$ e $13 TeV$ e $2 < \eta < 5$	30
3.6.	Resultados obtidos para a seção de choque diferencial em função da pseudorapidez, para a produção de hádrons B em LHCb para $\sqrt{s} = 7 TeV$ e $13 TeV$, comparados com os resultados experimentais de LHCb	31
3.7.	Resultados para a razão entre a seção de choque nas energias $13 TeV$ e $7 TeV$, comparado aos resultados de LHCb	32

Lista de Tabelas

1.1. Propriedades dos quarks	3
3.1. Os hádrons contendo o quark bottom que foram analisados nas simulações .	26

Sumário

Resumo	ix
Abstract	xi
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xv
Sumário	xvii
1. Introdução	1
1.1. Quarks e seus Sabores	3
1.2. SU(3) de Sabor	4
1.3. Carga de Cor	5
1.4. SU(3) de Cor	6
2. Cromodinâmica Quântica e Suas Propriedades	11
2.1. Lagrangiano da QCD	11
2.1.1. Teoria de Yang-Mills	11
2.2. Regras de Feynman	17
2.3. Confinamento da Cor	18
2.4. Liberdade Assintótica	21
3. Resultados: Produção de Mésons B no LHC	25
3.1. Produção de Hádrons B no LHC	25
3.2. Simulações e Resultados	28

3.3. Conclusões e Perspectivas	32
A. Matrizes Unitárias	35
B. Álgebra de Lie	41
Referências Bibliográficas	43

Introdução

Nos experimentos de espalhamento inelástico profundo, descobriu-se que o próton possui estrutura interna [Breidenbach et al., 1969], ou seja, ele não é uma partícula elementar. As partículas elementares que constituem o próton são os quarks e glúons, que são chamados coletivamente de pártons. Essas partículas possuem um número quântico conhecido como carga de cor. A carga de cor está relacionada diretamente com a interação forte, uma das quatro interações fundamentais da natureza. A teoria que descreve as interações fortes entre partículas portando carga de cor é chamada de Cromodinâmica Quântica (QCD).

Os objetivos deste trabalho são realizar um estudo introdutório dos fundamentos da Cromodinâmica Quântica, bem como sua aplicação fenomenológica em simulações de colisões de altas energias no Grande Colisor de Hádrons (LHC), que envolvem a produção de partículas formadas por um quark b .

Esta monografia está estruturada em três partes. Na primeira parte abordamos a constituição dos hádrons em termos dos quarks, tal como era conhecido antes do estabelecimento da QCD, baseada no grupo $SU(3)$ de sabor, um grupo que pode descrever a estrutura de hádrons que são construídos pelos quarks u , d e s , e mencionamos algumas inconsistências que fazem ele ser somente uma aproximação.

Na segunda parte deste trabalho exploramos os fundamentos da Cromodinâmica Quântica, a teoria que descreve a interação forte, estando relacionada com a carga de cor. Mostraremos que a carga de cor está relacionada com o grupo $SU(3)$ de cor, que ao contrário do $SU(3)$ de sabor, ele nos dá resultados exatos. Além disso deduzimos a lagrangiana clássica da QCD a partir do princípio de gauge do grupo $SU(3)$ de cor e suas consequências, como os termos de interação que aparecem na lagrangiana clássica. Também mostraremos as regras de

Feynman que estão relacionadas com os termos de interação da lagrangiana. Discutimos duas propriedades cruciais da QCD, que são o confinamento de cor e a liberdade assintótica. O confinamento de cor explica porque não conseguimos observar os quarks e glúons diretamente, e a liberdade assintótica está relacionada com o comportamento da constante de acoplamento variável da interação forte α_s a pequenas distâncias.

Na terceira parte mostramos aplicações da QCD, e nossos resultados de simulações de colisões próton-próton (pp) em altas energias (7 TeV e 13 TeV) utilizando o programa Monte Carlo PYTHIA 8. O objetivo é investigar a seção de choque da produção de mésons B e hádrons que possuem quarks b ($pp \rightarrow H_b X$), de modo que esses resultados obtidos pelas simulações serão comparados com os resultados recentes do experimento LHCb.

1.1. Quarks e seus Sabores

Os quarks são as partículas elementares que compõem os hádrons. Eles possuem carga Q e número bariônico B fracionários, essa propriedade é bem distinta dos hádrons, onde eles só possuem cargas elementares e números bariônicos inteiros ou zero. Os quarks possuem spin $1/2$ e eles são partículas fermiônicas, ou seja, obedecem à estatística de Fermi-Dirac.

Até hoje foram encontrados experimentalmente seis tipos de quarks, onde cada um possui sabores diferentes. Cada sabor de quark contém um número quântico relacionado com o seu sabor. Na tabela 1.1 temos os valores de algumas propriedades dos quarks medidas indiretamente, como a carga elétrica Q , spin J , massa m , isospin I_3 , *charm* C , *estranheza* S , *topness* \mathcal{T} e a *bottomness* \mathcal{B} .

	Símbolo	Q	J	m	I_3	C	S	\mathcal{T}	\mathcal{B}
up	u	$+2/3$	$1/3$	$2,2 \text{ MeV}/c^2$	$+1/2$	0	0	0	0
down	d	$-1/3$	$1/3$	$4,7 \text{ MeV}/c^2$	$-1/2$	0	0	0	0
charm	c	$+2/3$	$1/3$	$1,28 \text{ GeV}/c^2$	0	+1	0	0	0
strange	s	$-1/3$	$1/3$	$96 \text{ MeV}/c^2$	0	0	-1	0	0
top	t	$+2/3$	$1/3$	$173,1 \text{ GeV}/c^2$	0	0	0	+1	0
bottom	b	$-1/3$	$1/3$	$4,18 \text{ GeV}/c^2$	0	0	0	0	-1

Tabela 1.1.: Algumas propriedades dos seis sabores de quarks [Patrignani et al., 2016]

Os hádrons que hoje conhecemos são constituídos por partículas elementares que são os quarks e glúons. No caso de bárions são constituídos por uma combinação de três quarks

$$\psi = \psi (qqq) , \quad (1.1)$$

e os anti-bárions são constituídos por três anti-quarks

$$\psi = \psi (\bar{q}\bar{q}\bar{q}) . \quad (1.2)$$

Os mésons são constituídos por uma par de quark antiquark

$$\psi = \psi (q\bar{q}) . \quad (1.3)$$

1.2. SU(3) de Sabor

A partir do grupo SU(3) podemos construir as estruturas dos hádrons que são formados pelos quarks u , d e s , esses quarks são as representações fundamentais deste grupo

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Este grupo é chamado de grupo SU(3) de sabor, no qual a hipercarga Y e o isospin I_3 são os números quânticos que podem ser simultaneamente medidos deste grupo. A hipercarga está relacionada com os sabores dos quarks e é dada por

$$Y = S + C + \mathcal{B} + \mathcal{T} + B. \quad (1.5)$$

O isospin I_3 é um número quântico relacionado com a interação forte. Quando ignoramos a carga elétrica, o próton e o nêutron são bem similares, assim podemos dizer que eles são estados diferentes de um mesmo tipo de partícula, o nucleon. Para diferenciar esses dois estados diferentes do nucleon foi introduzido o isospin.

A hipercarga e o isospin formam uma relação importante com a carga elétrica que é a formula de Gell-Mann Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y. \quad (1.6)$$

Os quarks u , d e s formam um triplete, como mostrado na figura 1.1, onde estão sendo descritos por um diagrama de peso, onde o eixo vertical é a hipercarga e o eixo horizontal é o isospin. Além disso, o grupo SU(3) de sabor forma multipletos que contém os hádrons. Na figura 1.2 é mostrado o octeto de bárions que possuem spin $1/2$, neste grupo encontram-se o próton e o nêutron. Na figura 1.3 está o decuplete de bárions, com spin $3/2$.

O grupo SU(3) de sabor descreve a estrutura dos hádrons que são formados pelos quarks u , d e s , mas tem um problema que são as diferenças de massa entre os quarks. A diferença de massa entre as partículas u e d são bem pequenas e não causam muito problema, mas o quark s tem uma diferença de massa da ordem de $100MeV$, muito grande em comparação aos outros dois quarks, o que não pode ser ignorado. Assim, o grupo SU(3) de sabor é só

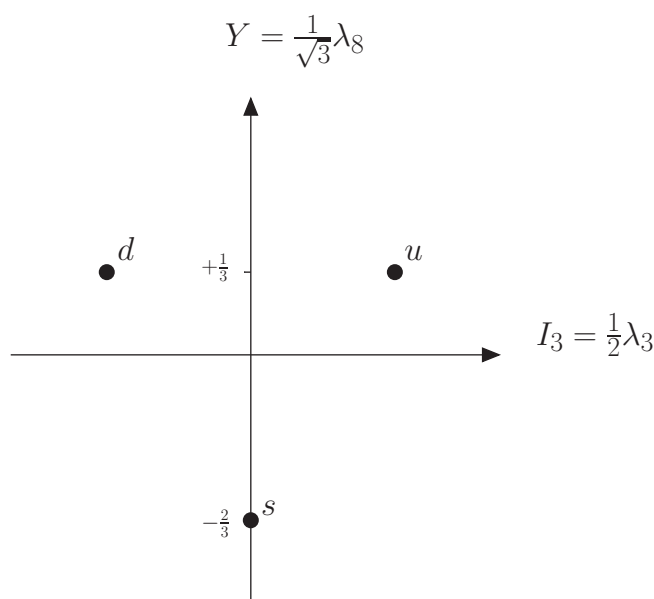


Figura 1.1.: Triplete formado pelos quarks u, d, s .

uma aproximação e esta simetria não é exata.

Além do problema das massas dos quarks existe uma questão relacionada com princípio da exclusão de Pauli, onde as partículas fermiônicas com os mesmos números quânticos não podem ocupar o mesmo estado. No caso dos multipletos formados pelo grupo $SU(3)$ de sabor como os da figura 1.3, existem elementos como a partícula Ω^- , composta por três quarks s e possui spin $3/2$, isso significa que todos quarks s tem o spin para cima $|\uparrow\rangle$, desse modo todos quarks da partícula Ω^- possuem os mesmos números quânticos. Para resolver este problema precisamos de um novo número quântico que tenha três valores distintos. A carga de cor resolve este problema, onde é um número quântico que assume três valores diferentes e forma o grupo $SU(3)$ de cor, onde este grupo é exato. O grupo $SU(3)$ de cor constitui a teoria da Cromodinâmica Quântica, que é a teoria que descreve as interações fortes.

1.3. Carga de Cor

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria que descreve a interação forte entre os quarks e glúons. A carga relacionada com a interação forte é a carga de cor, ou simplesmente cor. Ela possui três valores diferentes, análoga à cor visível - vermelho (r), verde (g) e azul (b). Por outro lado, existem as anticores, sendo o anti-vermelho (\bar{r}), anti-verde (\bar{g}) e o anti-azul (\bar{b}). De maneira análoga à cor visível, no caso das cargas de cor, a combinação das três cores ou das

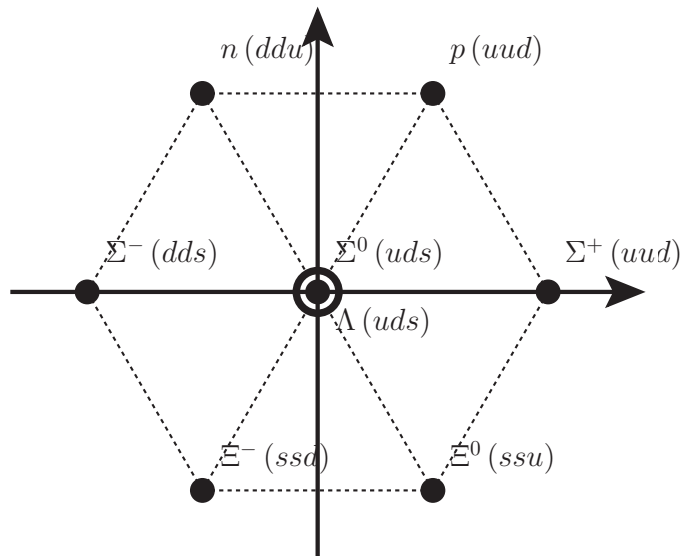


Figura 1.2.: Octeto dos bárions com spin $1/2$.

três anticolors resultam na cor branca, ou seja, carga de cor nula. A combinação de cor com anticor também resulta na cor branca.

Os quarks possuem uma cor e suas antipartículas, os antiquarks, contêm uma anticor. Diferentes dos quarks, os glúons são bicolores, isto é, possuem uma cor e uma anticor.

Os mediadores da interação forte são os glúons, que são partículas bosônicas, que respeitam a estatística de Bose-Einstein e têm spin inteiro 1. Ao contrário da interação eletromagnética, o glúon mediador contém carga relacionada à interação, o que implica na interação entre glúons. No caso da interação eletromagnética, seus bósons mediadores, que são os fótons, não interagem entre si.

1.4. $SU(3)$ de Cor

O grupo $SU(3)$ é um grupo especial unitário de dimensão três. Os grupos unitários especiais são os grupos em que o determinante de seus elementos U satisfaz

$$\det U = 1. \quad (1.7)$$

O grupo $SU(3)$ é um subgrupo de grupo $U(3)$ onde este grupo pode ter o determinante

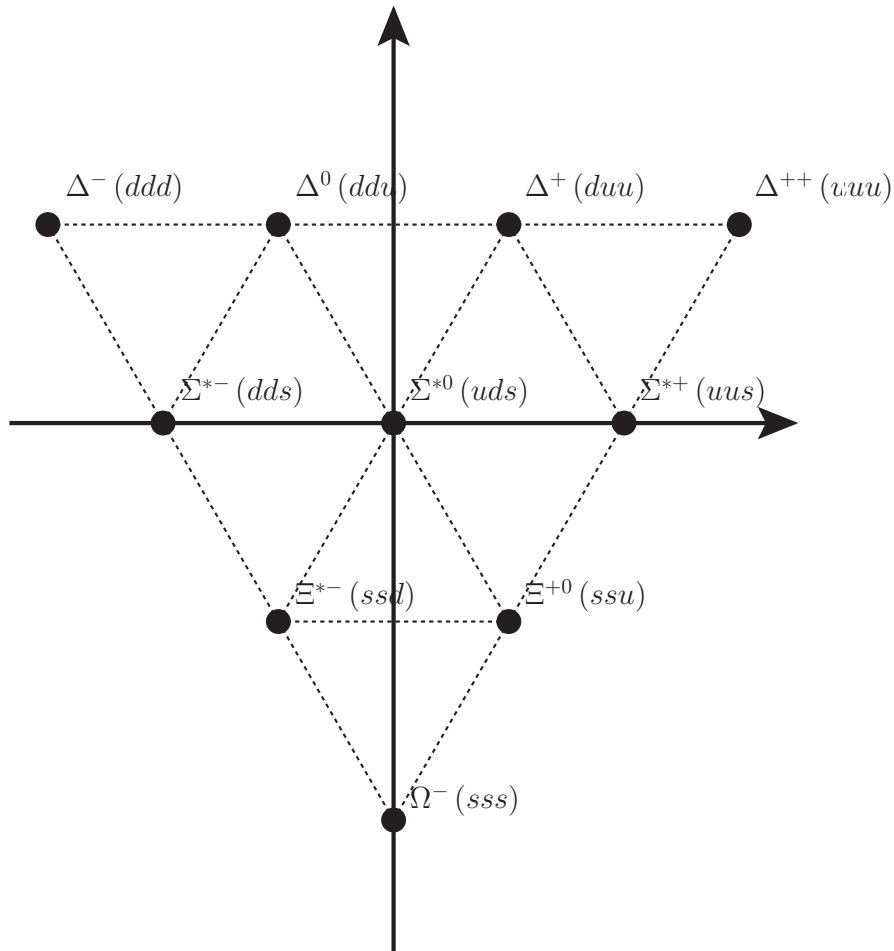


Figura 1.3.: Decuplo dos bárions com spin $3/2$.

dos elementos $\det U = \pm 1$, a relação entre o grupo $U(3)$ e $SU(3)$ é

$$U(3) = U(1) \otimes SU(3), \quad (1.8)$$

onde $U(1)$ é um grupo unitário de dimensão um, esse grupo possui um único gerador que é a identidade $T = I$, isso significa que os elementos do grupo $U(1)$ são escalares. Este grupo é utilizado na Eletrodinâmica Quântica (QED).

Como o grupo $U(1)$ possui a identidade como seu gerador, facilmente podemos observar que o grupo $SU(3)$ não contém a identidade como um dos seus geradores. Ele possui oito geradores T^a ($a = 1, 2, \dots, 8$), onde o grupo $SU(3)$ de cor descreve as interações entre as partículas com carga de cor. Podemos representar o grupo $SU(3)$ pelas matrizes quadradas de

dimensão três e assim escrevemos os geradores do grupo como

$$T^a = \frac{1}{2}\lambda_a, \quad (1.9)$$

onde λ_a são as matrizes de Gell-Mann.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

O grupo $SU(3)$ respeita a álgebra

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c, \quad (1.10)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo. Pela propriedade do comutador

$$[T^a, T^b] = -[T^b, T^a] \quad (1.11)$$

$$if^{abc}T^c = -if^{bac}T^c \quad (1.12)$$

conseguimos ver que a constante de estrutura do grupo tem a propriedade antissimétrica

$$f^{abc} = -f^{bca} \quad (1.13)$$

e assumem os seguintes valores

$$f^{123} = 1 \quad (1.14)$$

$$f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = \frac{1}{2} \quad (1.15)$$

$$f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1.16)$$

Todos os outros valores que não podem ser descritos pela permutação dos índices acima possuem o valor igual a zero.

Os três valores diferentes da carga de cor pode ser representados pelas seguintes matrizes

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

no espaço abstrato de cor, onde cada cor representa um eixo neste espaço. Os elementos U do grupo $SU(3)$ de cor realizam uma transformação (rotação) no espaço de cor

$$\begin{pmatrix} r' \\ g' \\ b' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

onde podemos representar a transformação U como

$$U = e^{-iT^a \theta^a} \quad (1.19)$$

no qual θ^a são os parâmetros contínuos do grupo.

Os campos fermiônicos ψ relacionados com as três cargas de cores podem ser representado como

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_g \\ \psi_b \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

e seu conjugado é

$$\bar{\psi} = \left(\bar{\psi}_r \quad \bar{\psi}_g \quad \bar{\psi}_b \right) \tag{1.21}$$

Cromodinâmica Quântica e Suas Propriedades

2.1. Lagrangiano da QCD

Os quarks são partículas fermiônicas com spin $\frac{1}{2}$, assim partimos da lagrangiana para férmions de spin semi-inteiro, que é o lagrangiano de Dirac [Griffiths, 2008]

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad (2.1)$$

onde ψ e $\bar{\psi}$ são os campos da partícula e antipartícula fermiônica, e m é a massa destas partículas.

2.1.1. Teoria de Yang-Mills

A teoria de Yang-Mills é a teoria que possui a álgebra não-Abeliana (não comutativa) sob o princípio de gauge. O nosso objetivo é tratar sobre o grupo $SU(3)$ de cor que está relacionado com a interação forte, assim será utilizado o grupo $SU(3)$ de cor para tratar a teoria de Yang-Mills.

O princípio de gauge requer que a lagrangiana de um campo fermiônico seja invariante sob a transformação de gauge

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = U\psi(x), \quad (2.2)$$

onde U é um operador do grupo $SU(3)$, e este operador age no espaço de cor abstrato fazendo uma rotação neste espaço, que pode ser descrita como

$$U(\theta) = U^{-iT^a\theta^a}. \quad (2.3)$$

Os parâmetros θ^a podem ser dependentes do espaço-tempo. No caso em que θ^a depende das coordenadas do espaço-tempo, a transformação é chamada de transformação de gauge local, caso seja constante, temos uma transformação de gauge global.

É simples de verificar que a lagrangiana (2.1) é invariante sob a transformação de gauge global

$$\mathcal{L}' = \bar{\psi}' (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi' \quad (2.4)$$

$$= \bar{\psi} U^{-1} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) U \psi \quad (2.5)$$

$$= \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = \mathcal{L}, \quad (2.6)$$

pois o operador não depende do espaço-tempo, com isso a derivada não atua no operador U

$$\partial_\mu \psi'(x) = \partial_\mu (U \psi(x)) \quad (2.7)$$

$$= \partial_\mu (e^{-iT^a\theta^a} \psi(x)) \quad (2.8)$$

$$= e^{-iT^a\theta^a} \partial_\mu \psi(x) \quad (2.9)$$

$$= U \partial_\mu \psi(x). \quad (2.10)$$

No caso de uma transformação local, ou seja, se o operador depender das coordenadas do espaço-tempo,

$$\partial_\mu \psi'(x) = \partial_\mu (U(x) \psi(x)) \quad (2.11)$$

$$= \partial_\mu \left(e^{-iT^a \theta^a(x)} \psi(x) \right) \quad (2.12)$$

$$= e^{-iT^a \theta^a(x)} [\partial_\mu - iT^a (\partial_\mu \theta^a(x))] \psi(x) \quad (2.13)$$

$$= U(x) [\partial_\mu - iT^a (\partial_\mu \theta^a(x))] \psi(x) \quad (2.14)$$

$$\neq U(x) \partial_\mu \psi(x) . \quad (2.15)$$

Observamos que o resultado é diferente comparando com o caso da transformação global - aparecem mais termos na expressão, e assim a lagrangiana não é invariante sob a transformação local,

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}' \gamma^\mu \partial_\mu \psi' - m\bar{\psi}' \psi' \quad (2.16)$$

$$= i\bar{\psi} U^\dagger(x) \gamma^\mu \partial_\mu (U(x) \psi) - m\bar{\psi} U^\dagger(x) U(x) \psi \quad (2.17)$$

$$= i\bar{\psi} U^\dagger \gamma^\mu [(\partial_\mu U) \psi + U (\partial_\mu \psi)] - m\bar{\psi} \psi \quad (2.18)$$

$$= i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi + \bar{\psi} \gamma^\mu T^a (\partial_\mu \theta^a) \psi \quad (2.19)$$

$$\neq \mathcal{L} \quad (2.20)$$

isso nos levaria à ideia de que um férmion com carga de cor não se comporta como uma partícula livre.

Para obtermos uma lagrangiana invariante sob a transformação local e global definimos uma derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a, \quad (2.21)$$

onde g é a constante de acoplamento e A_μ^a é o campo de gauge, que no caso do grupo SU(3) de cor correspondem aos campos dos glúons.

A derivada covariante D_μ deve satisfazer a seguinte relação para a lagrangiana ser invariante

$$(D_\mu \psi(x))' = U(D_\mu \psi(x)) . \quad (2.22)$$

A partir desta relação podemos encontrar a transformação do campo de gauge A_μ^a que faz a lagrangiana ser invariante

$$(D_\mu \psi)' = (\partial_\mu - igT^a A'_\mu) \psi \quad (2.23)$$

$$= (\partial_\mu - igT^a A'_\mu) U \psi \quad (2.24)$$

$$= (\partial_\mu U) \psi + U (\partial_\mu \psi) - igT^a A'_\mu U \psi \quad (2.25)$$

$$= U (\partial_\mu - igT^a A'_\mu) \psi \quad (2.26)$$

$$= U (D_\mu \psi) . \quad (2.27)$$

Dessa forma obtemos a transformação do campo de gauge A_μ^a

$$T^a A'_\mu = U \left(T^a A_\mu - \frac{i}{g} U^{-1} (\partial_\mu U) \right) U^{-1} . \quad (2.28)$$

Fazendo a expansão de Taylor da equação (1.19), ou seja, tomando os parâmetros θ^a infinitesimais, obtemos a transformação infinitesimal

$$U = 1 - iT^a \theta^a . \quad (2.29)$$

Utilizando a transformação infinitesimal na equação (2.28) obtemos a diferença entre o campo de gauge A_μ^a transformado e o original [Muta, 1998]

$$\delta A_\mu^a = A'_\mu^a - A_\mu^a \quad (2.30)$$

$$= f^{abc} \theta^b A_\mu^c - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a . \quad (2.31)$$

Na busca da lagrangiana invariante sob a transformação de gauge local necessitamos introduzir o campo de gauge A_μ^a , onde trata de partícula com spin 1. Dessa forma, temos que incluir a lagrangiana que trata sobre esse campo de spin 1, a lagrangiana de Proca [Griffiths, 2008]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}) - \frac{1}{2} m^2 A_\nu^a A^{a\nu} . \quad (2.32)$$

O termo que contém a massa m não é invariante de gauge, assim considera-se que o campo

de gauge do grupo $SU(3)$ de cor, ou seja, os glúons, não possuem massa. Assim obtemos uma lagrangiana sem o termo de massa

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a \right) \left(\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu} \right). \quad (2.33)$$

Contudo, vemos que a equação $\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a$ não é invariante de gauge aplicando a transformação infinitesimal (2.29)

$$\delta \left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a \right) = \partial_\mu \delta A_\nu^a - \partial_\nu \delta A_\mu^a \quad (2.34)$$

$$= f^{abc} \theta^b \left(\partial_\mu A_\nu^c - \partial_\nu A_\mu^c \right) + f^{abc} \left[\left(\partial_\mu \theta^b \right) A_\nu^c - \left(\partial_\nu \theta^b \right) A_\mu^c \right] \quad (2.35)$$

para resolver este problema utilizamos o comutador da derivada covariante

$$[D_\mu, D_\nu] = -igT^a \left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \right) \quad (2.36)$$

$$= -igT^a F_{\mu\nu}^a, \quad (2.37)$$

onde $F_{\mu\nu}^a$ é o tensor de força do campo de glúons

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (2.38)$$

Podemos verificar que a equação (2.38) é invariante sob a transformação infinitesimal (2.29):

$$\delta \left(gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \right) = gf^{abc} \left(A_\mu^b \delta A_\nu^c + A_\nu^c \delta A_\mu^b \right) \quad (2.39)$$

$$= gf^{abc} \left[\left(f^{bkl} A_\mu^l A_\nu^c + f^{ckl} A_\mu^b A_\nu^l \right) \theta^k - A_\nu^c \partial_\mu \theta^b - A_\mu^b \partial_\nu \theta^c \right]. \quad (2.40)$$

Pela identidade de Jacobi obtemos o resultado

$$\delta \left(gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \right) = f^{abc} \left(gf^{ckl} A_\mu^k A_\nu^l \theta^b - A_\nu^c \partial_\mu \theta^b - A_\mu^b \partial_\nu \theta^c \right) \quad (2.41)$$

juntando o resultado anterior com a equação (2.35), temos

$$\delta F_{\mu\nu}^a = f^{abc} \theta^b F_{\mu\nu}^c. \quad (2.42)$$

Com esse resultado podemos verificar que a contração $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ é invariante sob a transformação infinitesimal

$$\delta(F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}) = (\delta F_{\mu\nu}^a) F^{a\mu\nu} + F_{\mu\nu}^a (\delta F^{a\mu\nu}) \quad (2.43)$$

$$= (\delta F_{\mu\nu}^a) F^{a\mu\nu} + F_{\mu\nu}^a g^{\mu\lambda} g^{\nu\kappa} (\delta F_{\lambda\kappa}^a) \quad (2.44)$$

$$= f^{abc} \theta^b F_{\mu\nu}^c F^{a\mu\nu} - f^{abc} \theta^b g^{\mu\lambda} g^{\nu\kappa} F_{\lambda\kappa}^c F^{a\mu\nu} \quad (2.45)$$

$$= f^{abc} \theta^b F_{\mu\nu}^c F^{a\mu\nu} - f^{abc} \theta^b F_{\mu\nu}^c F^{a\mu\nu} \quad (2.46)$$

$$= 0. \quad (2.47)$$

Desta forma, podemos montar a lagrangiana que seja invariante sob a transformação de gauge global e local do grupo SU(3) de cor que descreve o campo fermiônico $\psi(x)$ com spin 1/2 e o campo de gauge $A_\mu^a(x)$ de spin 1

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi. \quad (2.48)$$

Essa lagrangiana que descreve os comportamentos dos quarks e glúons. Se incluirmos todos sabores de quarks nesta lagrangiana obtemos a lagrangiana clássica da QCD

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{N_f} \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi_j, \quad (2.49)$$

onde N_f é o número de sabores.

Baseado na lagrangiana (2.48) onde tratamos de um único sabor, podemos aplicar a equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = 0. \quad (2.50)$$

Dessa forma obtemos a equação do movimento para os campos espinoriais $\psi(x)$ que nesse caso são os quarks,

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu - igT^a A_\mu^a) \psi - m\psi = 0. \quad (2.51)$$

Reescrevendo esta equação utilizando a derivada covariante, temos

$$(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = 0, \quad (2.52)$$

que só difere da equação Dirac pelo termo D_μ .

2.2. Regras de Feynman

A lagrangiana (2.48) que obtivemos aplicando a princípio de gauge pode ser separada em partes, onde temos os termos livres que representam os campos das partículas sem interação e as partes de interações,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}) + \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi \quad (2.53)$$

$$+ g \bar{\psi} \gamma^\mu T^a A_\mu^a \psi \quad (2.54)$$

$$- \frac{1}{2} g f^{abc} (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}) A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.55)$$

$$- \frac{1}{4} g^2 f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{d\mu} A^{e\nu} \quad (2.56)$$

onde na primeira linha estão os lagrangianos livres dos campos de glúons e de quarks, nas linhas restantes estão as lagrangianas de interações. Podemos interpretar a presença de campos distintos em um dado termo como interações entres esses campos. O lagrangiano livre relacionado com os campos dos glúons é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}), \quad (2.57)$$

e a lagrangiana livre para os campos de quarks é

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi. \quad (2.58)$$

Realizando a quantização dos campos através do método de integrais de caminho de Feynman pode-se obter os propagadores dos quarks e dos glúons [Muta, 1998], que estão mostrados junto aos diagramas de Feynman correspondentes na figura 2.1.

Pelos termos de interação da lagrangiana (2.48) e através da quantização, obtem-se os

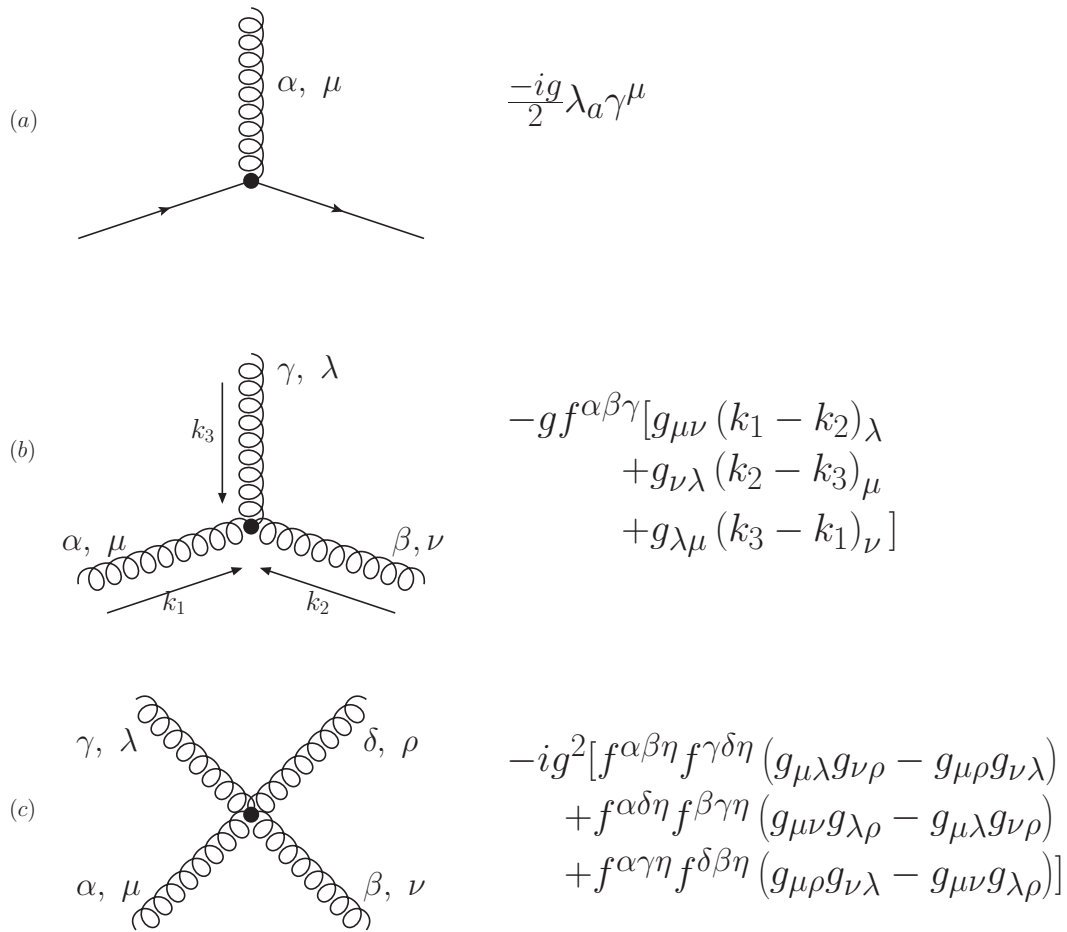


Figura 2.2.: Os vértices gerados pela lagrangiana da QCD e seus fatores [Griffiths, 2008], onde (a) corresponde à interação quark-quark-gluon, (b) ao vértice de três glúons e (c) ao vértice de quatro glúons

energia potencial do sistema sendo linearmente proporcional à distância entre os quarks

$$V(\mathbf{r}) \sim \kappa r, \quad (2.59)$$

onde temos experimentalmente $\kappa \sim 1 \text{ GeV}/\text{fm}$. Com essa função podemos facilmente perceber que para separar um par quark-antiquark necessitamos de uma energia gigante. Quanto mais separamos os quarks maior fica a energia armazenada entre o campo de glúons, até chegar uma hora que a energia do campo é suficientemente grande para criar novo par quark-antiquark e assim formando um estado hadrônico ligado com os quarks originais como mostrado na figura 2.5. Dessa maneira os quark ficam confinados e não podemos observar quarks livres. Além disso, como os glúons possuem cargas de cor, eles também são confinados.

Pelo confinamento de cor os hádrons só podem estar no estado singlete de cor (cor branca),

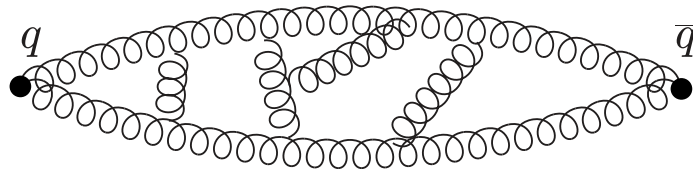


Figura 2.3.: Interações glúon-glúon entre a interação quark-antiquark.

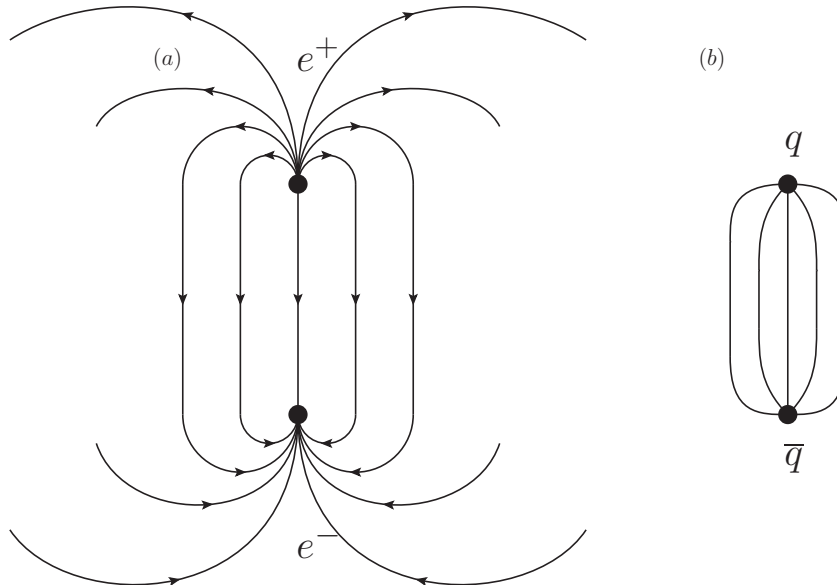


Figura 2.4.: Linhas de força da interação eletromagnética (a) e da interação forte (b)

que no grupo $SU(3)$ de cor, os bárions são descritos como

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|rgb\rangle - |rbg\rangle + |gbr\rangle - |grb\rangle + |brg\rangle - |bgr\rangle), \quad (2.60)$$

enquanto que para os mésons o estado singlete de cor (sem cor) é descrito pela combinação

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|r\bar{r}\rangle + |g\bar{g}\rangle + |b\bar{b}\rangle). \quad (2.61)$$

As combinações de quarks como qq , $\bar{q}\bar{q}$ ou $qq\bar{q}$ não constrói singletos de cor, assim pelo confinamento da cor esses tipos de combinações de quarks são proibidos.

Na colisão de partículas em altas energias são criados vários quarks e glúons durante a colisão, mas como eles possuem carga de cor não podem permanecer livres, assim esses quarks e glúons combinam-se formando hádrons, sem cor, esse fenômeno é chamado de hadronização e ocorre devido ao confinamento de cor.

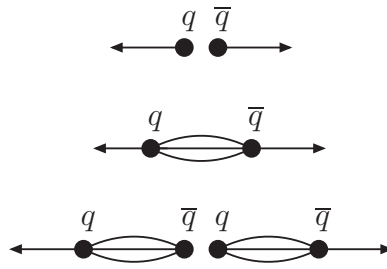


Figura 2.5.: Separação de um par de quark-antiquark gerando um par de quark-antiquark.

2.4. Liberdade Assintótica

A constante de acoplamento da interação forte α_s na verdade não é constante, ela depende da escala energia onde ocorre a interação forte, sua dependência é dada por [Thomson, 2013]

$$\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + B\alpha_s(\mu^2) \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)}, \quad (2.62)$$

onde $\alpha_s(\mu^2)$ é o valor da constante de acoplamento conhecida na escala de energia μ^2 . O fator B depende do número de cores N_c e do número de sabores de quarks N_f ,

$$B = \frac{11N_c - 2N_f}{12\pi}. \quad (2.63)$$

Como na QCD o número de cores é $N_c = 3$ e o número de sabores é $N_f \leq 6$, a constante de acoplamento $\alpha_s(q^2)$ é decrescente em relação ao crescimento da escala de energia q^2 , isso está claro na figura 2.6, que mostra o comportamento do α_s em relação à $|q|$.

A relação entre a constante de acoplamento de gauge g e a constante de acoplamento variável α_s é dada por

$$\alpha_s(q^2) = \frac{g^2(q^2)}{4\pi} \quad (2.64)$$

Assim vimos que o intensidade da interação forte diminui com o crescimento da escala de energia q^2 , além disso pelo estudo dos estados ligados de $c\bar{c}$ e $b\bar{b}$, observa-se experimentalmente no regime não relativístico que em pequenas distâncias o potencial de interação entre os quarks comporta-se como $V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r}$. Somando com o termo de longo alcance (2.59),

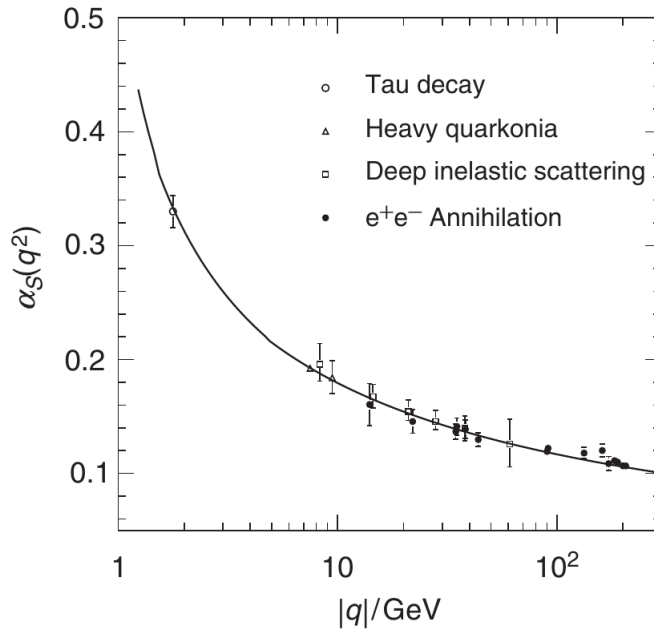


Figura 2.6.: Medidas de α_s em diferentes escalas de $|q|$ comparadas ao resultado da QCD [Thomson, 2013]

temos

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \kappa r. \quad (2.65)$$

Dessa forma podemos observar que a interação forte diminui a sua intensidade quando a escala de energia q^2 é grande e também quando a distância entre os quarks é pequena. Isso é chamado de liberdade assintótica, assim podemos tratar os quarks neste regime de energia como quarks quase-livres.

Na escala de energia $|q| > 1 \text{ GeV}$ (ou mais seguramente para $|q| \gtrsim 10 \text{ GeV}$) a constante de acoplamento da interação forte $\alpha_s(q^2)$ é suficientemente pequena para que se possa aplicar teoria de perturbação em cálculos analíticos como o da seção de choque σ envolvendo colisões hadrônicas de altas energias, em termos de subprocessos envolvendo quarks e glúons. Sendo a constante de acoplamento pequena, os cálculos em ordens mais baixas, contendo diagramas de Feynman com menos vértices, constituem a parte mais relevante da seção de choque. Interações que podem ser calculadas pelos métodos da QCD perturbativa (pQCD) são chamadas de interações duras.

Para processos onde não existe uma escala de momento ou de energia alta o suficiente, a constante de acoplamento assume um valor grande, e assim teoria de perturbação não pode

mais ser aplicada, estando-se no regime não perturbativo da QCD. É o caso na descrição da estrutura do próton em uma escala de energia inicial, bem como na hadronização dos quarks e glúons, que são de caráter não perturbativo.

No capítulo 3. desta monografia, utilizaremos tanto as seções de choque dos subprocessos relevantes quanto as informações não perturbativas relevantes para estudar a produção de partículas contendo quarks (antiquarks) bottom associados a antiquarks mais leves.

Resultados: Produção de Mésons B no LHC

3.1 Produção de Hádrons B no LHC

O objetivo principal do LHC foi encontrar a última partícula do Modelo Padrão (MP) que faltava ser descoberta, a partícula de Higgs. Além disso, o LHC também tem por objetivo o estudo da QCD no regime de altas energias e em circunstâncias extremas, bem como busca de física além do modelo padrão. Existem quatro colaborações principais do LHC, cada uma com um detector desenhado para vários propósitos - ATLAS, CMS, ALICE e LHCb. O LHCb é uma colaboração do LHC cujo detector situa-se na direção frontal de um dos feixes, seu principal objetivo é medir os mésons B e a partir destas medições investigar a violação da simetria CP , também relacionada à assimetria matéria-antimatéria do universo. Os mésons B são os mésons que possuem quarks b ou antiquarks \bar{b} associados a antiquarks ou quarks mais leves. Esses mésons podem ser produzidos nas colisões de partículas de altas energias como em colisões próton-próton no LHC. O quark ou antiquark b (\bar{b}) pode surgir em subprocessos duros $2 \rightarrow 2$, como mostrado na figura 3.1. Estes subprocessos são descritos por seções de choque calculadas em QCD perturbativa. Além dos processos duros, os quarks b podem vir de chuveiros partônicos de estado inicial ou de estado final. Em chuveiros partônicos de estado inicial (ver figura 3.2), um parton (quark, antiquark ou glúon) constituinte de cada próton pode emitir glúons que se desdobram em pares quark-antiquark, podendo ser produzidos pares $b\bar{b}$ ao longo da cadeia de emissões. Ao final dos chuveiros partônicos de estados iniciais temos as duas partículas que participam do espalhamento duro, que pode ser qualquer processo $2 \rightarrow 2$ (dois partons indo em dois partons) permitido pela QCD. Chuveiros partônicos de estado final são iniciados pelos partons resultantes do processo duro, e levam a cadeias de

emissões que também podem produzir quarks b .

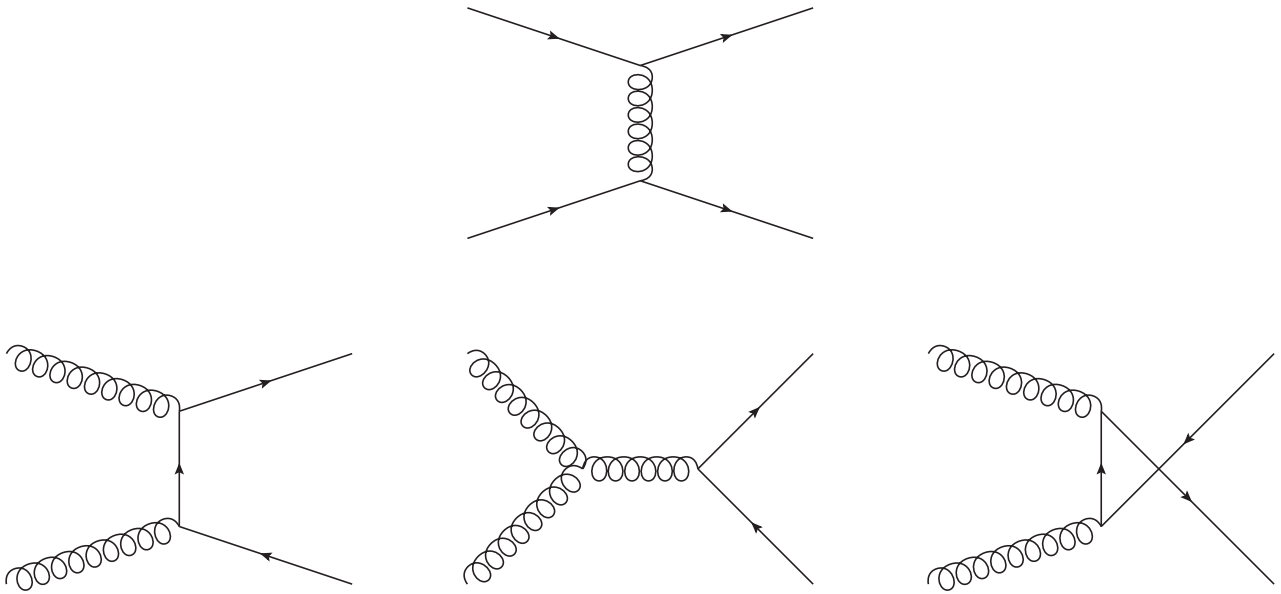


Figura 3.1.: Processos duros onde pode ser produzido o quarks b .

Na tabela 3.1 apresentamos alguns hádrons que contêm o quark b e suas propriedades, incluindo tanto mésons B quando bárions contendo um quark b . Neste trabalho, estudaremos a produção de quaisquer destes hádrons, que serão obtidos mediante a simulação de colisões próton-próton utilizando o Monte Carlo PYTHIA [Sjöstrand et al., 2015, Sjostrand et al., 2006].

	Massa (MeV/c^2)	Spin	Quarks
B^0	5279,63	0	db
\bar{B}^0	5279,63	0	$\bar{d}\bar{b}$
B^+	5279,32	0	$u\bar{b}$
B^-	5279,32	0	$\bar{u}b$
B_s^0	5366,89	0	$s\bar{b}$
\bar{B}_s^0	5366,89	0	$\bar{s}b$
Λ_b^0	5619,58	1/2	udb
Ξ_b^-	5794,5	1/2	dsb
Ξ_b^0	5791,9	1/2	usb
Ω_b^-	6046,1	1/2	ssb

Tabela 3.1.: Os hádrons contendo o quark bottom que foram analisados nas simulações. [Patrignani et al., 2016]

No estudo de colisões hadrônicas utilizamos variáveis cinemáticas adequadas para esses estudos. Considerando a colisão próton-próton no referencial centro de massa, que é o

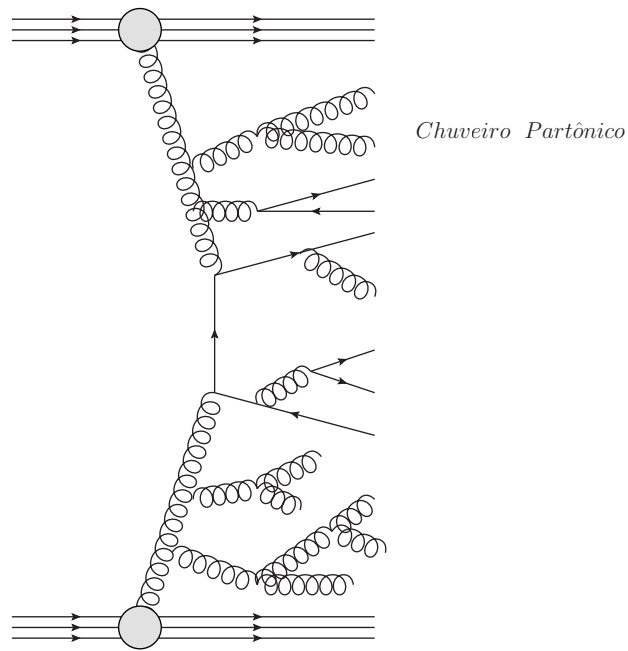


Figura 3.2.: Colisão pp com a presença de chuvis partônicos de estado inicial.

referencial que o momento tridimensional do sistema é igual a zero

$$\vec{p} = 0, \quad (3.1)$$

definimos o eixo onde os hádrons se aproximam e colidem como o eixo z , e o eixos x e y formam um plano transversal onde ocorre a colisão. Assim podemos definir o momento transversal por

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (3.2)$$

onde p_x e p_y são as componentes do momento nas direções x e y . Desse modo podemos definir o ângulo de colisão θ como mostrado na figura 3.3.

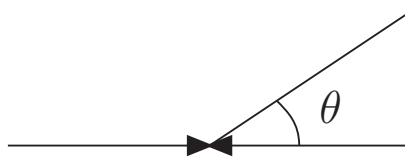


Figura 3.3.: Ângulo θ com o eixo de colisão.

A partir da energia e do momento longitudinal das partículas podemos definir a rapidez y

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right), \quad (3.3)$$

onde E e p_z são as energias e componente z do momento da partícula. A diferença de rapidez Δy é invariante sob transformações de Lorentz na direção do eixo de colisão. Em altas energias o momento p_z fica $p_z \approx E \cos \theta$ e podemos aproximar a rapidez como

$$y \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\cot^2 \frac{\theta}{2} \right) = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right), \quad (3.4)$$

O ângulo das partículas produzidas com o eixo de colisão pode então ser expresso pela pseudorapidez η , definida como

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right). \quad (3.5)$$

Dessa maneira, podemos utilizar a pseudorapidez no lugar da rapidez. A relação da pseudorapidez com o ângulo de espalhamento está mostrado na figura 3.4. Assim, pseudorapidez nula corresponde à rapidez central, ao passo que umas poucas unidades de rapidez já correspondem à região frontal. Os detectores ATLAS, CMS e ALICE cobrem a região de rapidez central, já o experimento LHCb trata apenas da região frontal.

3.2. Simulações e Resultados

O programa PYTHIA8 [Sjöstrand et al., 2015, Sjostrand et al., 2006] é um simulador de colisões de partículas de altas energias, principalmente colisões hadrônicas. Ele funciona utilizando números pseudo-aleatórios para realizar os cálculos, no qual chamamos de método de Monte Carlo, e está escrito na linguagem C^{++} . Este programa permite simular colisões próton-próton, onde ocorre um processo duro $2 \rightarrow 2$, além disso ele inclui a estrutura dos prótons, chuveiros partônicos de estado inicial, chuveiros partônicos de estado final, remanescentes dos prótons iniciais, a hadronização dos pártons e o decaimento dos hádrons até atingir os detectores. Toda a informação sobre as seções de choques dos subprocessos a partir da QCD perturbativa, bem como muitos outros detalhes como probabilidades de hadronização e decaimentos estão presentes no código, que gera as partículas no estado final. Assim, tanto física da QCD perturbativa quanto da QCD não perturbativa estão incluídas

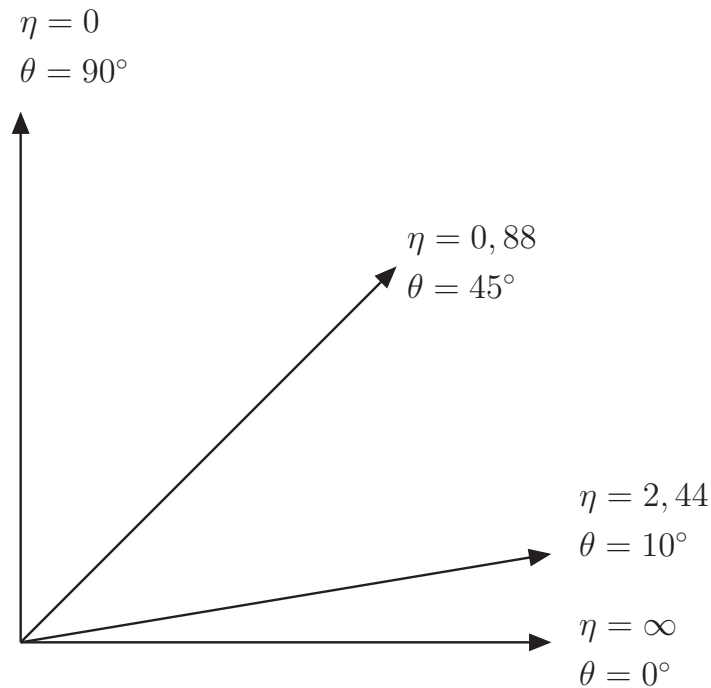


Figura 3.4.: Relação entre a pseudorapidez η e o ângulo θ da partícula medida.

extensivamente, o que permite uma simulação mais próxima do evento real, do que seria obtido num cálculo direto de seção de choque. No caso do Monte Carlo PYTHIA, a saída do programa fornece todas as partículas provenientes dos vários estágios da colisão, seus momenta, energia e outras variáveis cinemáticas a partir dos quais pode-se construir os observáveis medidos pelos experimentais de partículas. O programa escrito pelo usuário permite varrer todo o estado final e selecionar as partículas de interesse, podendo-se incluir os cortes cinemáticos de cada experimento, para fins de comparação. Ele dá a liberdade de controlar os parâmetros dos códigos, onde podemos alterar a massas das partículas, larguras de decaimento, energia de centro de massa \sqrt{s} , escolher a escala dura do problema, parâmetros do modelo padrão e de física além do modelo padrão, bem como incluir novos processos e realizar cortes nas variáveis cinemáticas.

Neste trabalho utilizamos o PYTHIA8 para simular a produção de hádrons B em colisões próton-próton no LHC. Nas colisões próton-próton são produzidos quarks (antiquarks) b (\bar{b}), que hadronizam formando os vários hádrons B presentes na tabela 3.1. As simulações foram realizadas para energias de centro de massa $7 TeV$ e $13 TeV$. O valor escolhido para a massa do quark b é o de $4,2 GeV/c^2$, default em PYTHIA8.

Para a simulação da colisões próton-próton, é importante a escolha da função de distri-

buição partônica (PDF), a função que nos dá a probabilidade de um parton (glúon, quark ou antiquark) carregar a fração de momento x do próton, para uma dada escala de momentum. Estas funções descrevem portanto a estrutura do próton e são obtidas por ajustes globais a um amplo conjunto de dados experimentais. Para a escolha da PDF utilizamos o programa LHAPDF6 [Buckley et al., 2015], um programa que permite importar a PDF escolhida para o PYTHIA8. Neste estudo utilizamos a parametrização CT10nlo [Lai et al., 2010]. A fim de estudarmos os hádrons B antes destes decaírem em outras partículas leptônicas e hadrônicas, optamos por não permitir o decaimento dos hádrons B produzidos. A fim de obtermos resultados para a região de cobertura do experimento LHCb, procuramos no estado final apenas hádrons B produzidos com pseudorapidez na região $2 < \eta < 5$.

A partir dos resultados da simulação obtidos com PYTHIA8 calculamos a seção de choque diferencial em função da pseudorapidez e do momento transversal dos hádrons B produzidos. Nossos resultados para a seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{dp_T}$ em função do momento transversal estão mostrados na figura 3.5, para as energias de $7 TeV$ e $13 TeV$, na região de cobertura em pseudorapidez de LHCb, $2 < \eta < 5$. Observamos que para ambos os resultados a seção de choque diferencial tem um pico na região próxima de $2 GeV/c$, onde significa baixo momento transversal. Após o pico a seção de choque diferencial descrece com o aumento do momento transversal.

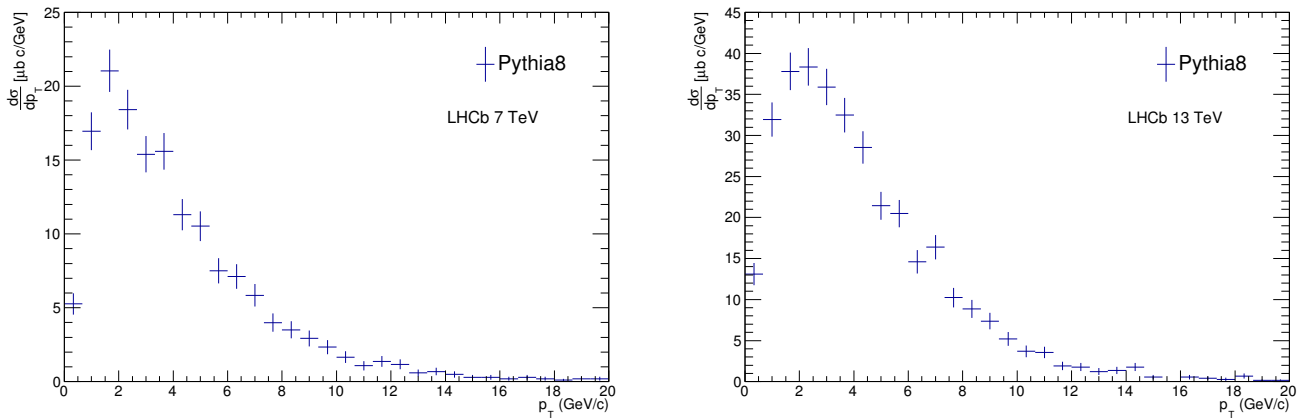


Figura 3.5.: Resultados da simulação de PYTHIA8 para a seção de choque diferencial em função do momento transversal, para a produção de hádrons B em LHCb para $\sqrt{s} = 7 TeV$ e $13 TeV$ e $2 < \eta < 5$.

Na figura 3.6 apresentamos nossos resultados para a seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{d\eta}$ em função da pseudorapidez do hádron B . Os resultados obtidos pelas simulações (em azul

pontilhado, incluindo estimativa de erro) foram comparados a dados experimentais recentes de LHCb [Aaij et al., 2017] para energias de 7 TeV (painel esquerdo) e 13 TeV (painel direito). Para ambos os casos a seção de choque diferencial decresce com o aumento da pseudorapidez, como esperado. Porém, nossos resultados parecem superestimar os dados experimentais, que pode ser causado pela escolha da massa do quark b . Também realizamos a comparação entre os dois resultados de energias diferentes como mostra na figura 3.7, onde calculamos a razão entre os resultados de $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ e 7 TeV

$$R_{13/7} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \eta} (pp \rightarrow H_b X) \right), \quad (3.6)$$

em função da pseudorapidez. A razão das seções de choque possuem incertezas menores, pois as incertezas dos dois resultados (7 TeV e 13 TeV) são canceladas. Os resultados da simulação e do resultado experimental para a razão $R_{13/7}$ são próximos, exceto na região $2 \leq \eta \leq 2,5$. Os resultados não permitem concluir sobre a dependencia da razão $R_{13/7}$ com a pseudorapidez.

As discrepâncias obtidas entre nossas predições e os resultados experimentais podem ser reduzidas ao escolher-se um valor maior para a massa do bottom, em torno $4,5 \text{ GeV}/c^2$, o que faz com que as seções de choques diminuam em relação à escolha feita anteriormente. A utilização de outras PDF's também pode implicar em resultados diferentes. Estes estudos serão realizados na continuação deste trabalho.

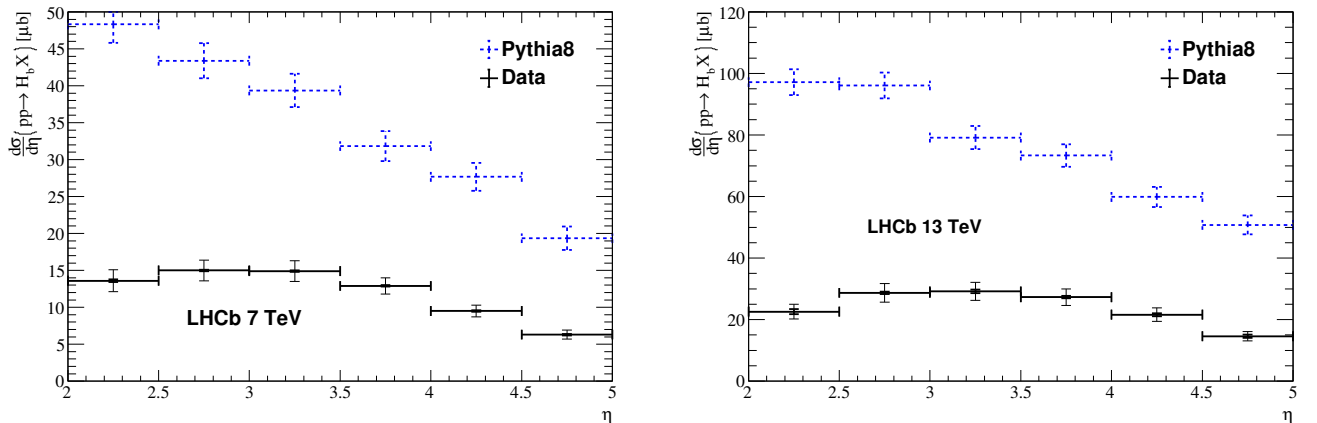


Figura 3.6.: Resultados obtidos (azul pontilhado) para a seção de choque diferencial em função da pseudorapidez, para a produção de hádrõs B em LHCb para $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ (painel esquerdo) e 13 TeV (painel direito), comparados com os resultados experimentais de LHCb (preto).

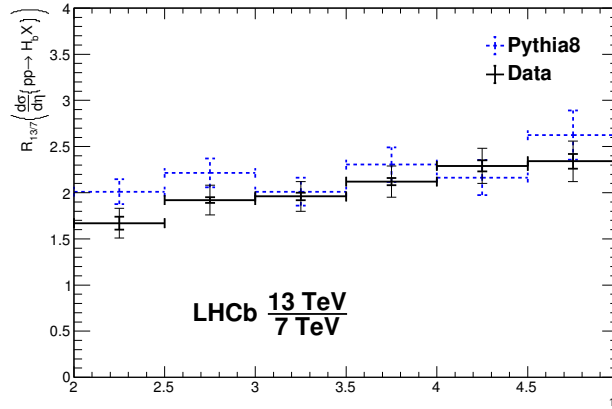


Figura 3.7.: Resultados para a razão entre a seção de choque nas energias 13 TeV e 7 TeV , comparado aos resultados de LHCb.

3.3. Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho de conclusão de curso realizamos um estudo da Cromodinâmica Quântica, a teoria das interações fortes, e de aplicações à produção de hádrons contendo um quark bottom em colisões próton-próton no LHC.

Um estudo precursor da QCD considera o grupo $SU(3)$ de sabor, a partir do qual obtem-se os multipletos dos hádrons, que descrevem a constituição dos hádrons em termos dos três quarks leves. E através dos estudos das cargas de cor e utilizando o princípio de gauge, conseguimos obter a lagrangiana clássica da QCD, onde a simetria de gauge local leva naturalmente aos termos de interação. Isso significa que os quarks e glúons, partículas que possuem carga de cor, não podem ficar livres, eles vão sempre sofrer a interação forte. Isto vem da ideia de que a intensidade da interação forte não depende do tipo de cor que a partícula possui. Além disso, pelo Confinamento de Cor, tivemos uma explicação do porquê dos quarks e glúons não serem observados diretamente. Também vimos a propriedade da Liberdade Assintótica, onde a constante de acoplamento variável da interação forte α_s diminui com o crescimento da escala q^2 , e os quarks e glúons comportam-se como assintoticamente livres em pequenas distâncias e grandes momenta. Isso permite o cálculo via pQCD de seções de choque de processos onde existe uma escala perturbativa presente no problema.

Como aplicação da QCD, estudamos a produção de hádrons B no LHC, utilizando o Monte Carlo PYTHIA. Os resultados das simulações são próximos aos resultados experimentais recentes da colaboração LHCb, onde nossas predições superestimam um pouco os dados

experimentais. Esta discrepância pode ser reduzida utilizando valores maiores para a massa do quark b - quanto maior a massa do quark pesado produzido, menores serão as seções de choque. O próximo passo desta pesquisa será justamente a investigação do porquê do gap entre os resultados obtidos pela simulação e pelos resultados experimentais do LHCb. Nesta etapa pretendemos utilizar outras combinações de massas, PDF's, escala dura, etc, buscando uma melhor descrição dos dados experimentais.

Através deste trabalho obtive novas perspectivas para a continuação da pesquisa, como o estudo utilizando o programa Monte Carlo PYTHIA8. Com isso pretendemos investigar a produção de mésons B em todas as regiões de pseudorapidez, cobrindo os quatro experimentos do LHC, tanto na região frontal quanto na região central. Pretendemos também investigar processos incluindo duplo espalhamento partônico e o estudo de outros estados finais como o de charmonium ($c\bar{c}$) e bottomonium ($b\bar{b}$) associados a mésons B .

Matrizes Unitárias

Matrizes unitárias são matrizes complexas quadradas de ordem N que satisfazem as seguinte propriedade

$$UU^\dagger = I \quad (\text{A.1})$$

ou

$$U^\dagger = U^{-1} \quad (\text{A.2})$$

onde também correspondem a propriedade de matriz normal

$$UU^\dagger = U^\dagger U \quad (\text{A.3})$$

e pelo teorema espectral as matrizes unitárias são diagonalizáveis

$$U' = V^{-1}UV \quad (\text{A.4})$$

onde U' é a matriz unitária diagonalizada e V^{-1} e V são matrizes unitárias também.

Uma matriz unitária U' diagonalizada de dimensão N pode ser escrito como

$$U' = \begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{NN} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

onde a_{ij} são os elementos das matrizes. Pela propriedade de unitariedade da matriz

$$U' (U')^\dagger = \begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11}^* & & & \\ & a_{22}^* & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{NN}^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$= \begin{pmatrix} |a_{11}|^2 & & & \\ & |a_{22}|^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & |a_{NN}|^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

obtemos o resultado

$$|a_{ii}|^2 = 1 \quad (\text{A.9})$$

ou seja

$$a_{nn} = e^{i\theta_n}, \quad nn = 1, 2, \dots, N \quad (\text{A.10})$$

no qual θ_m são parâmetros contínuos reais. Assim podemos reescrevermos a matriz unitária U'

$$U' = \begin{pmatrix} e^{i\theta_1} & & & \\ & e^{i\theta_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{i\theta_N} \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

a função exponencial pode ser expandida

$$e^{i\theta_m} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\theta_m)^n}{n!} = 1 + i\theta_m + \frac{1}{2!} (i\theta_m)^2 + \dots \quad (\text{A.12})$$

substituindo A.12 na A.11 obtemos

$$U' = \begin{pmatrix} 1 + i\theta_1 + \frac{1}{2!} (i\theta_1)^2 + \dots & & & \\ & 1 + i\theta_2 + \frac{1}{2!} (i\theta_2)^2 + \dots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 + i\theta_N + \frac{1}{2!} (i\theta_N)^2 + \dots \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} \theta_1 & & & \\ & \theta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \theta_N \end{pmatrix} + \frac{i^2}{2!} \begin{pmatrix} \theta_1^2 & & & \\ & \theta_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \theta_N^2 \end{pmatrix} + \dots \quad (\text{A.14})$$

$$= 1 + iH' + \frac{i^2}{2!} (H')^2 + \dots \quad (\text{A.15})$$

$$= e^{iH'} \quad (\text{A.16})$$

onde H' é uma matriz hermitiana

$$H' = \begin{pmatrix} \theta_1 & & & \\ & \theta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \theta_N \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$(H')^\dagger = \begin{pmatrix} \theta_1^* & & & \\ & \theta_2^* & & \\ & & \ddots & \\ & & & \theta_N^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 & & & \\ & \theta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \theta_N \end{pmatrix} = H' \quad (\text{A.18})$$

desse modo podemos expor a matriz unitária diagonalizada no formato exponencial.

Podemos definir uma matriz H que seja

$$H = VH'V^{-1} \quad (\text{A.19})$$

onde também contem a peculiaridade hermitiana

$$H^\dagger = (VH'V^{-1})^\dagger \quad (\text{A.20})$$

$$= (V^{-1})^\dagger (H')^\dagger V^\dagger \quad (\text{A.21})$$

$$= VH'V^{-1} \quad (\text{A.22})$$

$$= H \quad (\text{A.23})$$

além disso possui uma propriedade de potenciação

$$H^2 = (VH'V^{-1})^2 \quad (\text{A.24})$$

$$= (VH'V^{-1})(VH'V^{-1}) \quad (\text{A.25})$$

$$= V(H')^2V^{-1} \quad (\text{A.26})$$

multiplicando n vezes a matriz H obtemos

$$H^n = (VH'V^{-1})^n = V(H')^nV^{-1} \quad (\text{A.27})$$

dessa forma podemos retomar a matriz U original

$$U = VU'V^{-1} \quad (\text{A.28})$$

$$= Ve^{iH'}V^{-1} \quad (\text{A.29})$$

$$= V(I + iH' + \frac{i^2}{2!}(H')^2 \dots)V^{-1} \quad (\text{A.30})$$

$$= VV^{-1} + iVH'V^{-1} + \frac{i^2}{2!}V(H')^2V^{-1} \dots \quad (\text{A.31})$$

$$= (VH'V^{-1})^0 + i(VH'V^{-1})^1 + \frac{i^2}{2!}(VH'V^{-1})^2 \dots \quad (\text{A.32})$$

$$= e^{i(VH'V^{-1})} = e^{iH} \quad (\text{A.33})$$

dessa maneira conseguimos mostrar que todas matrizes unitárias podem ser expressadas de forma exponencial.

A matriz H possui n^2 elementos, isto aponta que ele pode ser n^2 matrizes linearmente independente, além de tudo ele não precisa ser constante, pode ser uma variável, assim

reescrevemos a matriz H

$$H = - \sum_{a=1}^{n^2} T^a \theta^a = -T^a \theta^a \quad (\text{A.34})$$

onde T^a são matrizes linearmente independentes e θ^a são parâmetros contínuos independentes de cada um, e o índice a corre de 1 a n^2 . Finalmente obtemos a forma para a matriz unitária

$$U = e^{-iT^a \theta^a} \quad (\text{A.35})$$

ou podemos deixar explícito a dependência da matriz U em relação aos parâmetros θ^a

$$U(\theta) = e^{-iT^a \theta^a} \quad (\text{A.36})$$

Apêndice **B**

Álgebra de Lie

Tomando os parâmetros θ da matriz unitária $U(\theta)$ como parâmetros infinitesimais $\delta\theta = \{\delta\theta^i\}$ temos

$$U(\delta\theta) = e^{-i\delta\theta} \quad (\text{B.1})$$

inclusive temos seu inverso

$$U^{-1}(\delta\theta) = e^{+i\delta\theta} \quad (\text{B.2})$$

expandindo a equação [B.1](#) e seu inverso em séries de Taylor temos

$$U(\delta\theta) = I - iT^a\delta\theta^a - \frac{1}{2}T^aT^b\delta\theta^a\delta\theta^b \dots \quad (\text{B.3})$$

e

$$U(\delta\theta)^{-1} = I + iT^a\delta\theta^a - \frac{1}{2}T^aT^b\delta\theta^a\delta\theta^b \dots \quad (\text{B.4})$$

tomando até a segunda ordem de θ^a podemos mostrar

$$U(\delta\lambda)^{-1}U(\delta\theta)^{-1}U(\delta\lambda)U(\delta\theta) = I + \delta\theta^a\delta\lambda^b(T^aT^b - T^bT^a) \quad (\text{B.5})$$

onde pelo primeiro axioma da teoria de grupos, produto de dois elementos do grupo também é um elemento do grupo, assim podemos calcular

$$U(\delta\lambda)^{-1}U(\delta\theta)^{-1}U(\delta\lambda)U(\delta\theta) = I + \delta\theta^a\delta\lambda^b(T^aT^b - T^bT^a) \quad (\text{B.6})$$

$$= U(\delta\gamma) \quad (\text{B.7})$$

$$= I - i\delta\gamma^cT^c \quad (\text{B.8})$$

e podemos deixar da forma

$$-\delta\gamma^c = f^{abc}\delta\theta^a\delta\lambda^b \quad (\text{B.9})$$

com isso obtemos a relação de comutação importante, chamado de álgebra de Lie:

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c \quad (\text{B.10})$$

onde f^{abc} é a constante de estrutura do grupo de Lie.

Pela propriedade do comutador temos

$$[T^a, T^b] = -[T^b, T^a] \quad (\text{B.11})$$

e podemos verificar que a constante de estrutura f^{abc} é anti simétrico

$$f^{abc} = -f^{bac} = f^{bca} = -f^{cba} \quad (\text{B.12})$$

e pela identidade de Jacobi

$$[[T^a, T^b], T^c] + [[T^b, T^c], T^a] + [[T^c, T^a], T^b] = 0 \quad (\text{B.13})$$

temos a propriedade das constante de estruturas

$$f^{abm}f^{mcn} + f^{bcm}f^{man} + f^{cam}f^{mbn} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Referências Bibliográficas

Aaij, R., Adeva, B., Adinolfi, M., Ajaltouni, Z., Akar, S., Albrecht, J., Alessio, F., Alexander, M., Ali, S., Alkhazov, G., et al. (2017). Measurement of the b-quark production cross section in 7 and 13 tev p p collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 118(5):052002. [31](#)

Breidenbach, M., Friedman, J. I., Kendall, H. W., Bloom, E. D., Coward, D. H., DeStaebler, H., Drees, J., Mo, L. W., and Taylor, R. E. (1969). Observed behavior of highly inelastic electron-proton scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 23:935–939. [1](#)

Buckley, A., Ferrando, J., Lloyd, S., Nordström, K., Page, B., Rüfenacht, M., Schönherr, M., and Watt, G. (2015). LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era. *Eur. Phys. J.*, C75:132. [30](#)

Griffiths, D. (2008). *Introduction to Elementary Particles*. WILEY-VCH. [11](#), [14](#), [18](#), [19](#)

Lai, H.-L., Guzzi, M., Huston, J., Li, Z., Nadolsky, P. M., Pumplin, J., and Yuan, C. P. (2010). New parton distributions for collider physics. *Phys. Rev.*, D82:074024. [30](#)

Muta, T. (1998). *FOUNDATIONS OF QUANTUM CHROMODYNAMICS, An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories*. World Scientific. [14](#), [17](#)

Patrignani, C. et al. (2016). Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C40(10):100001. [3](#), [26](#)

Sjostrand, T., Mrenna, S., and Skands, P. Z. (2006). PYTHIA 6.4 Physics and Manual. *JHEP*, 05:026. [26](#), [28](#)

Sjöstrand, T., Ask, S., Christiansen, J. R., Corke, R., Desai, N., Ilten, P., Mrenna, S., Prestel, S., Rasmussen, C. O., and Skands, P. Z. (2015). An Introduction to PYTHIA 8.2. *Comput. Phys. Commun.*, 191:159–177. [26](#), [28](#)

Thomson, M. (2013). *MODERN PARTICLE PHYSICS*. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. [21](#), [22](#)